

Übungen zur Vorlesung Elektrodynamik (T3p)

SoSe 2013

Blatt 13

Aufgabe 1: Koaxialkabel als Wellenleiter

In einem Koaxialkabel (zwei leitfähige, konzentrische Kreiszyylinder) können TEM-Wellen ($B_z = E_z = 0$; $\vec{F}(\vec{x}, t) = \vec{F}(x, y) \exp(i(kz - \omega t))$ mit $\vec{F} = \vec{E}$ bzw. \vec{B}) existieren, während sie in hohlen Wellenleitern nicht möglich sind. Betrachten Sie ein Koaxialkabel mit Koordinatenursprung im Mittelpunkt des inneren Zylinders (in Draufsicht) und der z -Achse als Symmetrieachse. Der Radius des ersten Zylinders soll den Wert a haben und der innere Rand des zweiten Zylinders soll bei b anfangen. Zeigen Sie,

- dass $\omega = ck$;
- dass gilt: $\partial_x F_x + \partial_y F_y = 0$ und $\partial_x F_y - \partial_y F_x = 0$ (Elektro-/Magnetostatik in 2 Dimensionen)
- dass die zylindersymmetrischen Lösungen $\vec{E}(\vec{x}, t) = \frac{A}{r} \exp(i(kz - \omega t)) \vec{e}_r$ und $\vec{B}(\vec{x}, t) = \frac{A}{r} \exp(i(kz - \omega t)) \vec{e}_\varphi$ mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ und Konstante A die Maxwell-Gleichungen und die Randbedingungen erfüllen.
- Berechnen Sie die Ladungsdichte $\lambda(z, t)$ und den Strom $I(z, t)$ des inneren Leiters.

Aufgabe 2: Liénard-Wiechert-Potentiale

Die Liénard-Wiechert-Potentiale für eine beliebig bewegte Punktladung sind gegeben durch:

$$\varphi(\vec{x}, t) = \frac{q}{R - \vec{\beta} \cdot \vec{R}} \text{ bei } t = t_{ret}$$

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = \frac{q \vec{\beta}}{R - \vec{\beta} \cdot \vec{R}} \text{ bei } t = t_{ret}$$

Die Bahn des Teilchens soll durch $\vec{r}(t)$ gegeben sein. \vec{x} bestimmt den Beobachtungspunkt und $\vec{R}(t) = \vec{x} - \vec{r}(t)$ bezeichnet den Vektor von der Teilchenposition zum Beobachtungspunkt.

- Berechnen Sie die L.-W.-Potentiale φ, \vec{A} für den Spezialfall einer sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegenden Punktladung.
- Berechnen Sie nun auch die Felder \vec{E}, \vec{B} aus den Potentialen und vergleichen Sie diese mit den Ergebnissen aus der Vorlesung.

Bei Fragen E-Mail an: Daniel.Jaud@physik.uni-muenchen.de