

# Übungsblatt 4

Besprechung am 29.05.2017

## Aufgabe 1

### Ohmsches Gesetz.

- a) Ein Lautsprecherkabel aus Kupfer mit einer Länge von 5,0 Metern und einem Durchmesser von 4,0 Millimetern hat einen Widerstand von 6,76 Milliohm. Berechnen Sie den spezifischen Widerstand von Kupfer.
- b) Bei mittlerer Lautstärke hat der angeschlossene Lautsprecher einen Verbrauch (Leistung) von 50 Watt und er wird mit einer Spannung von 10 Volt betrieben. Berechnen Sie daraus die Stromstärke. Wie groß ist der Spannungsabfall am Kabel bei dieser Stromstärke.
- c) Um die Klangqualität der Stereoanlage zu verbessern lötet der Besitzer ein zweites Kabel mit der gleichen Länge und einem Durchmesser von 6 Millimetern parallel an das erste. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand der Kabel in der Parallelschaltung. Wie hoch ist nun der Spannungsabfall mit obigem Lautsprecher?

### Lösung:

a)

$$R = \rho \frac{l}{A} \longleftrightarrow \rho = R \frac{A}{l} = 6,76 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \frac{\pi (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{5 \text{ m}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$$

b)

$$I = \frac{P}{U_{LS}} = \frac{50 \text{ W}}{10 \text{ V}} = 5,0 \text{ A}$$

$$U_{\text{Verlust}} = R \cdot I = 6,76 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot 5 \text{ A} = 0,034 \text{ V}$$

c)

$$R_1 = 6,76 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$R_2 = \rho \frac{l}{A} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} \cdot \frac{5 \text{ m}}{\pi (3 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 3,00 \cdot 10^{-3} \Omega$$

In einer Parallelschaltung gilt  $U_{ges} = U_1 = U_2 = U$  und  $I_{ges} = I_1 + I_2$ . Einsetzen des Ohmschen Gesetzes für die Ströme ergibt:

$$\frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

und somit

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

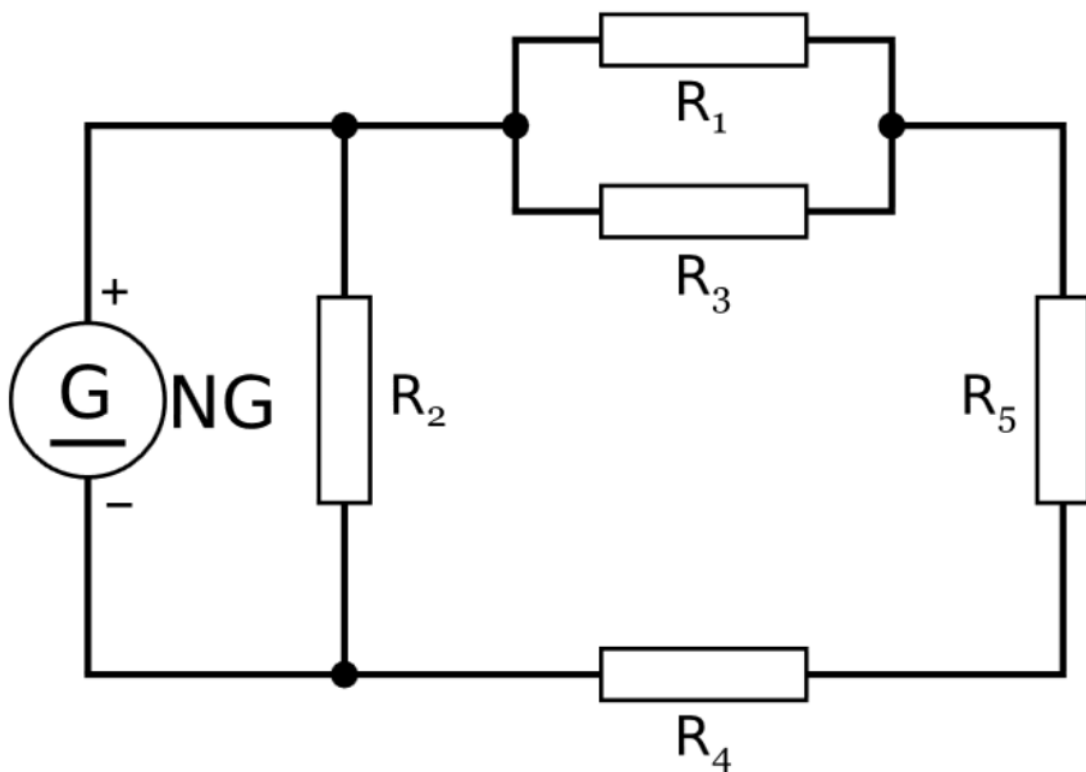
$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{676 \cdot 10^{-3} \Omega} + \frac{1}{300 \cdot 10^{-3} \Omega}} = 2,08 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$U_{Verlust} = R \cdot I = 2,00 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot 5 \text{ A} = 0,010 \text{ V}$$

## Aufgabe 2

### Parallel und Reihenschaltung von Widerständen.

Betrachten Sie die folgende Schaltung bestehend aus einer Quelle und 5 Widerständen. Die Quelle (im Schaltbild links, NG steht für Netzgerät) liefert eine Spannung von 10 Volt. Die Widerstände sind gegeben mit:  $R_1 = 3,3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6,8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 2,7 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 2,2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 3,9 \text{ k}\Omega$ .



Berechnen Sie den Gesamtwiderstand der Schaltung sowie Spannungsabfall und Strom für jeden Widerstand. Zeichnen sie außerdem die Stromrichtungen in die Schaltskizze ein. (Tipp: Es handelt sich hier um eine Parallelschaltung innerhalb einer Parallelschaltung. Berechnen Sie also zunächst den Widerstand der Parallelschaltung aus  $R_1$  und  $R_3$  mit dem Ergebnis können Sie anschließend den Gesamtwiderstand berechnen.)

**Lösung:**

Widerstand der kleinen Parallelschaltung:

$$\frac{1}{R_{1,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{3,3 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{2,7 \text{ k}\Omega}$$

$$\Rightarrow R_{1,3} = 1,485 \text{ k}\Omega$$

Widerstand der großen Parallelschaltung (Gesamtschaltung):

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_{1,3} + R_4 + R_5} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1,485 \text{ k}\Omega + 2,2 \text{ k}\Omega + 3,9 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{6,8 \text{ k}\Omega}$$

$$\Rightarrow R_{ges} = 3,586 \text{ k}\Omega = 3,6 \text{ k}\Omega$$

Aufgrund der Regeln für Parallel und Reihenschaltungen gilt für die Spannungen:

$$U_{Quelle} = U_2 = U_1 + U_5 + U_4$$

$$U_1 = U_3 = U_{1,3}$$

für die Ströme gilt:

$$I_1 + I_3 = I_{1,3} = I_4 = I_5$$

$$I_{ges} = I_2 + I_4$$

$$I_2 = \frac{U_{ges}}{R_2} = \frac{10 \text{ V}}{6,8 \text{ k}\Omega} = 1,47 \text{ mA} \approx 1,5 \text{ mA}$$

$$I_1 + I_3 = I_{1,3} = I_4 = I_5 = \frac{U_{ges}}{R_{1,3} + R_4 + R_5} = \frac{10 \text{ V}}{7,585 \text{ k}\Omega} = 1,32 \text{ mA} \approx 1,3 \text{ mA}$$

mit  $U = R \cdot I$  folgt direkt:

$$U_{1,3} = R_{1,3} \cdot I_{1,3} = 1,485 \text{ k}\Omega \cdot 1,32 \text{ mA} = 1,96 \text{ V} \approx 2,0 \text{ V}$$

$$U_4 = 2,90 \text{ V} \approx 2,9 \text{ V} \quad U_5 = 5,15 \text{ V} \approx 5,2 \text{ V}$$

Check: ergibt zusammenaddiert 10V!(Maschenregel)

$$I_1 = \frac{U_{1,3}}{R_1} = \frac{1,96 \text{ V}}{3,3 \text{ k}\Omega} = 0,59 \text{ mA}$$

$$I_3 = 0,73 \text{ mA}$$

Check: ergibt zusammenaddiert 1,32 mA!(Knotenregel)

### Aufgabe 3

#### Elektronengeschwindigkeit.

- a) In Aufgabe 1b) fließt ein Strom von 5,0 Ampere (A) durch das Lautsprecherkabel. Wie hoch ist die Driftgeschwindigkeit der Leitungselektronen? Kupfer hat eine Dichte von  $8,96 \cdot 10^3$  Kilogramm pro Kubikmeter ( $\text{kg m}^{-3}$ ) und eine Molare Masse von 63,5 Gramm pro Mol ( $\text{g mol}^{-1}$ ). Nehmen Sie an, dass jedes Kupferatom ein Leitungselektron zum Stromfluss beiträgt und die Stromdichte über den Drahtquerschnitt homogen ist.
- b) Wie ist es zu erklären, dass das Licht nach Betätigen des Lichtschalters dennoch nahezu instantan aufleuchtet?

#### Lösung:

- a) Um aus der Stromstärke die Driftgeschwindigkeit der Elektronen zu berechnen benutzen wir die Formel für die Stromdichte  $J$  mit:

$$J = \frac{I}{A} = n \cdot e \cdot v_d,$$

wobei  $A$  die Querschnittsfläche des Kabels,  $n$  die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit,  $e$  die Elementarladung und  $v_d$  die Driftgeschwindigkeit der Elektronen ist.

Umstellen der Formel nach der Driftgeschwindigkeit ergibt:

$$v_d = \frac{I}{n \cdot A \cdot e}.$$

Mit der Annahme aus der Aufgabenstellung erhalten wir die Anzahl der Leitungselektronen unter Verwendung der Avogadrokonstante  $N_A$ , der Dichte von Kupfer  $\rho_{Cu}$  und der Molaren Masse von Kupfer  $M_{Cu}$  wie folgt:

$$n = \frac{\rho_{Cu} \cdot N_A}{M_{Cu}} = \frac{8,96 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6\,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{63,54 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} = 8,49 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}.$$

Jetzt können wir einsetzen in die Gleichung für die Driftgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{I}{n \cdot A \cdot e} = \frac{I}{n \cdot \pi r^2 \cdot e} = \frac{5,0 \text{ A}}{8,49 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 29,3 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}} \\ &= 10,5 \frac{\text{cm}}{\text{h}} \approx 11 \frac{\text{cm}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

- b) Für das Aufleuchten des Lichtes ist nicht die Driftgeschwindigkeit, sondern die Geschwindigkeit mit der sich die *Änderung* der Driftgeschwindigkeit (wie im Beispiel des Lichtschalters durch eine angelegtes elektrisches Feld) entlang des Kabels ausbreitet. Diese Geschwindigkeit ist gleich der Lichtgeschwindigkeit, daher leuchtet die Lampe nahezu gleichzeitig mit Betätigen des Schalters auf.