Übungsblatt 10
Besprechung am 27.6.2016

Aufgabe 1

Interferenz an dünnen Schichten. Weißes Licht fällt unter einem Winkel von $\alpha = 65°$ auf ein Glasplättchen (Dicke $d = 0.6\,\mu\text{m}$, Brechzahl $n = 1.5$).

a) Zeigen Sie, dass folgende Beziehung für den Gangunterschied zwischen den Strahlen 1 und 2 gilt: $\Delta s = s_2 - s_1 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$.

b) Das Kriterium für destruktive Interferenz ist: $\lambda \cdot m = \Delta s$. Für welche Wellenlängen des sichtbaren Lichtes ($\lambda = 400\,\text{nm} - 700\,\text{nm}$) ist diese Bedingung erfüllt? *Tipp:* Berechnen Sie den maximalen und minimalen Wert von m und überlegen Sie sich wann die Bedingung erfüllt ist.

Lösung

a)

$$s_2 = L_2 \cdot n = \frac{2nd}{\cos(\beta)}$$

$$s_1 = L_1 = AD = \sin(\alpha) AC = 2d\sin(\alpha)\tan(\beta)$$

$$\Delta s = \frac{2nd}{\cos(\beta)} - 2d\sin(\alpha)\tan(\beta)$$

aus $\sin(\alpha) = n\sin(\beta)$ folgt:

$$\Delta s = 2nd\left(\frac{1}{\cos(\beta)} - \sin(\beta)\tan(\beta)\right) = 2nd\cos(\beta)\left(\frac{1}{\cos^2(\beta)} - \frac{\sin^2(\beta)}{\cos^2(\beta)}\right)$$

aus $\sin^2 + \cos^2 = 1$ folgt:

$$\Delta s = 2nd\cos(\beta)$$

aus $\sin^2 + \cos^2 = 1$ und $\sin(\alpha) = n\sin(\beta)$ folgt:

$$\Delta s = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$$

b)

$$m\lambda = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$$

$$m_{min,max} = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}{\lambda_{min,max}}$$

$$\lambda_{min} = 400\,\text{nm} : m_{min} = 3.59$$

$$\lambda_{max} = 700\,\text{nm} : m_{max} = 2.04$$

Einzig möglicher Wert ist also:

$$m = 3 : \lambda = 478.1\,\text{nm}$$

Aufgabe 2

Polarisation. Ein Lichtbündel tritt durch zwei Polarisationsfilter, deren Polarisationsrichtungen um 60° gegeneinander verdreht sind. Die Amplitude des elektrischen Feldvektors nach Durchgang durch des ersten Filters ist A_1, die Amplitude nach Durchgang des zweiten Filters A_2. Stellt man zwischen die beiden Filter der einen dritten Polarisationsfilter, so kann man dadurch die Amplitude des insgesamt durchgelassenen Lichts erhöhen.

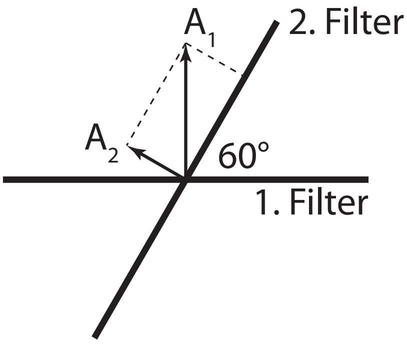
a) Berechnen Sie das Verhältnis zwischen A_2 und A_1.

b) Geben Sie eine geeignete Stellung des dritten Filters an und weisen Sie die Erhöhung der Amplitude durch Rechnung UND unter Verwendung einer geeigneten Zeichnung nach.

Lösung

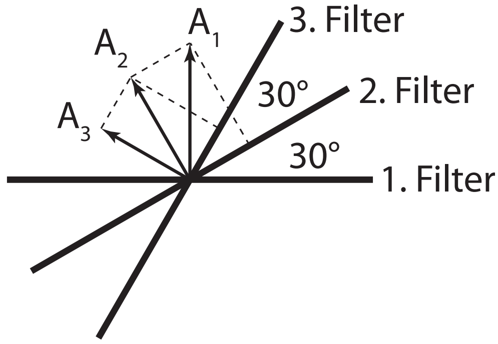
a)

$$A_2 = A_1 \sin(30°) = \frac{1}{2} A_1$$



b)

$$A_2 = A_1 \sin(60°), A_3 = A_2 \sin(60°)$$
$$A_3 = A_1 \sin^2(60°) = \frac{3}{4} A_1$$



Aufgabe 3

Polarisation 2. Die optische Aktivität ist eine Eigenschaft mancher durchsichtiger Materialien, die Polarisationsrichtung des Lichts zu drehen. Ein sogenanntes Polarimeter misst diese Änderung der Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht. Der spezifische Drehwinkel $[\alpha]_\lambda^T$ gibt die optische Aktivität einer chemischen Substanz oder ihrer Lösung bei einer bestimmten Temperatur T und Wellenänge λ an. So gilt zum Beispiel für Saccharose: $[\alpha]_{589.3nm}^{20\,°\mathrm{C}} = 66.4\,°\,\mathrm{mL\,dm^{-1}\,g^{-1}}$. Der spezifische und der gemessene Drehwinkel stehen in folgender Verbindung: $[\alpha] = \frac{\alpha}{\beta \cdot d}$, wobei α der gemessene Drehwinkel, β die Massenkonzentration der Lösung in Gramm je Milliliter und d die durchstrahlte Dicke in Dezimetern ist.
Bestimmen Sie die Konzentration einer Saccharoselösung, wenn Sie eine Winkeländerung von 5° durch eine Dicke von 1 cm messen.
Lösung

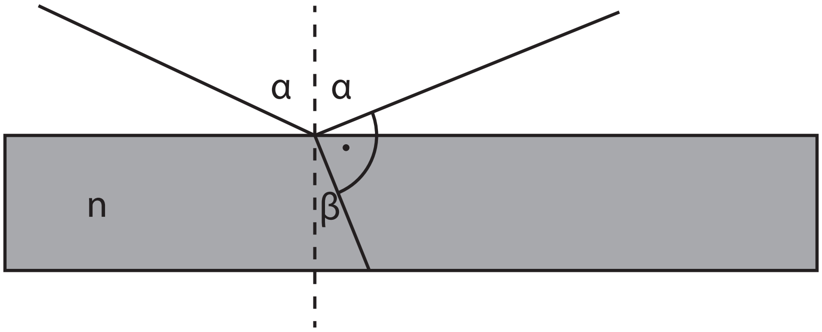
$$[\alpha]_{589.3nm}^{20\,°\mathrm{C}} = \frac{\alpha}{\beta \cdot d}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{[\alpha]_{589.3nm}^{20\,°\mathrm{C}} \cdot d} = \frac{5°}{66.4\,°\,\mathrm{mL\,dm^{-1}\,g^{-1}} \cdot 0.1\,\mathrm{dm}} = 753\,\mathrm{g\,L^{-1}}$$

Aufgabe 4

Brewster-Winkel. Ein Strahl unpolarisierten Lichts trifft unter dem Winekl α auf eine Glasplatte mit der Brechzahl n, so dass der gebrochene und der reflektierte Strahl aufeinander senkrecht stehen. Der reflektierte Strahl ist dann linear polarisiert. Leiten Sie für diesen speziellen Fall an Hand einer Zeichnung die Beziehung $\tan\alpha = n$ her. Versuchen Sie mit einfachen Worten zu erklären warum der reflektierte Strahl linear polarisiert ist!
Lösung

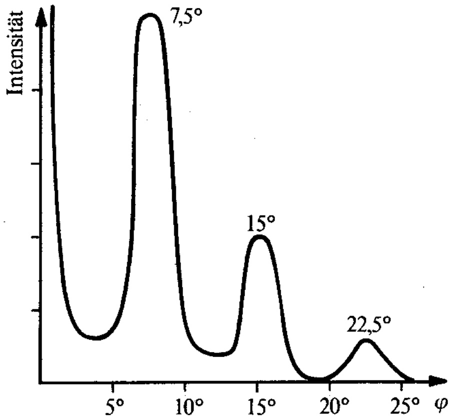
$$\sin(\alpha) = n\sin(\beta)$$
$$\alpha + \beta + 90° = 180°$$
$$\beta = 90° - \alpha$$
$$\sin(\alpha) = n\sin(90° - \alpha)$$
$$n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(90° - \alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan\alpha$$



Einfache Erklärung: Die von p-polarisiertem Licht angeregten Elektronen in der Glasplatte schwingen in Richtung der Ausbreitung des reflektierten Strahles und tragen damit nicht zur Abstrahlung bei.
Ausführliche Erklärung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Brewster-Winkel#Physikalische_Grundlagen`

Aufgabe 5

Bragg Reflexion.



a) Röntgenstrahlung wird an einem NaCl Kristall mit einem Netzebenenabstand von 282 pm gestreut. Bestimmen Sie mithilfe des Streuprofils die Wellenlänge und Frequenz der Röntgenstrahlung!

b) Ein kubisches Gitter habe die Gitterkonstante a. Finden Sie einen Ausdruck für den Abstand zwischen beliebigen Netzebenen d_{hkl} in Abhängigkeit der Gitterkonstanten und der Millerschen Indizes hkl! *Hinweis:* Diese Teilaufgabe fließt nicht in die Bonuswertung mit ein.

Lösung

a) Die Bragg Gleichung lautet

$$n\lambda = 2d\sin(\theta)$$

Aus dem Streuprofil entnehmen wir die erste Ordnung ($n = 1$) bei $\theta = 7.5°$ und damit:

$$\lambda = 73.6\,\text{pm} \quad f = \frac{c}{\lambda} = 4.1 \times 10^{18}\,\text{Hz}$$

b) Eine ausführliche Lösung finden Sie unter `https://de.wikipedia.org/wiki/Gitterebene`. Diese Teilaufgabe fließt nicht in die Bonuspunkte Wertung mit ein.