Übungsblatt 4
Besprechung am 9.5.2016

Aufgabe 1

Ohmsches Gesetz.

a) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand eines 80 m langen Kupferkabels mit einem Querschnitt von 200 mm^2. Der spezifische Widerstand von Kupfer ist $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

b) Es wird nun eine Gleichspannung von 220 V angelegt. Wie viel Strom fließt durch das Kabel? Nehmen Sie an, dass der Widerstand immer konstant bleibt.

Lösung:

$$R = \rho \frac{l}{A} = 17 \cdot 10^{-3}\ \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{80\ \text{m}}{200\ \text{mm}^2} = 6,8\ \text{m}\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{6,8\ \text{m}\Omega} = 32,3 \cdot 10^3\ \text{A} = 32,3\ \text{kA}$$

Aufgabe 2

Widerstände in Parallelschaltung. In einer Parallelschaltung sind vier Widerstände $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ und $R_4 = 40\ \Omega$ geschalten. An der Spannungsquelle der Schaltung liegt eine Gleichspannung von 30 V an.

a) Berechnen Sie die Ströme I_1, I_2, I_3, und I_4 die durch die jeweiligen Abzweigungen fließen und den Gesamtstrom I_{Ges} der durch die Schaltung fließt.

a) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand R_{Ges} der Parallelschaltung.

Lösung:

a)

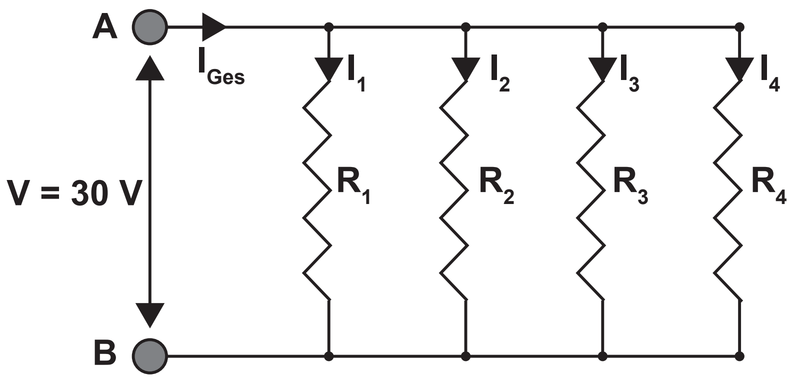
$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{30\ \text{V}}{20\ \Omega} = 1,5\ \text{A}$$
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{30\ \text{V}}{10\ \Omega} = 3,0\ \text{A}$$
$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{30\ \text{V}}{20\ \Omega} = 1,5\ \text{A}$$
$$I_4 = \frac{V}{R_4} = \frac{30\ \text{V}}{40\ \Omega} = 0,75\ \text{A}$$

Da Parallelschaltung gilt:

$$I_{Ges} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 1,5 \text{ A} + 3,0 \text{ A} + 1,5 \text{ A} + 0,75 \text{ A} = 6,75 \text{ A} \tag{1}$$

b)

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$
$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{10\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega} = \frac{9}{40}\frac{1}{\Omega}$$
$$R_{Ges} = 4,4\ \Omega$$



Aufgabe 3

Oberflächen isolierter Leiter. Zwei leitende, aber ansonsten isolierte Kugeln mit den Radien R_1 und R_2 sind über einen dünnen Draht miteinander verbunden. Insgesamt befindet sich die Ladung Q_{Ges} auf beiden Kugeln zusammen.

a) i) Finden Sie einen Ausdruck, wie sich das Verhältnis der Ladungen Q_1 auf der Kugel 1 zu der Ladung Q_2 auf der Kugel 2 in Abhängigkeit der Kugelradien verhält.
Hinweis: Leiter sind Äquipotentialflächen

ii) Geben Sie in Abhängigkeit der Kugelradien an, welcher Anteil der Gesamtladung Q_{Ges} sich auf der Kugel 1 befindet.
Hinweis: $Q_{Ges} = Q_1 + Q_2$

b) Was bedeutet dies für die Verhältnisse der Ladungsdichten, d.h. für die Ladung pro Fläche? Finden Sie einen Ausdruck, wie sich das Verhältnis der Flächenladungsdichte σ_1 auf der Kugel 1 zu der Flächenladungsdichte σ_2 auf der Kugel 2 in Abhängigkeit der Kugelradien verhält.

c) Welche Auswirkung hat die Ladungsdifferenz auf das elektrische Feld der beiden Kugeln, falls $R_1 \ll R_2$?
Warum können aus dünnen Spitzen manchmal Funken austreten?
Hinweis: Das elektrische Feld ist proportional zur Flächenladungsdichte

Lösung:

a) i)

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

ii)

$$\frac{Q_1}{Q_1+Q_2} = \frac{Q_1}{Q_1+Q_1\frac{R_1}{R_2}} = \frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}}$$

b)

$$\sigma_i = \frac{Q_i}{4\pi R_i^2}$$
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{Q_1}{4\pi R_1^2}}{\frac{Q_2}{4\pi R_2^2}}$$
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1}{Q_2}\cdot\frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{R_2}{R_1}$$

c) Da beide Kugeln über einen Draht verbunden, aber ansonsten isoliert sind handelt es sich hierbei um Äquipotentialflächen. Die Potentialgleichheit auf der ganzen Oberfläche ist allerdings nur gesichert, wenn die Flächenladungsdichte in der kleinen Kugel viel größer, als in der großen Kugel ist. Entsprechend ist auch das lokale elektrische Feld um die kleine Kugel größer.
Das elektrische Feld kann so groß werden, dass spontan elektrischer Durchschlag der umgebenden Luft einsetzt (Spitzenentladung).