

Zusammenfassung: Zeitabhängige Störungstheorie



Zeitabhängiger
Hamilton:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t) \quad (\text{St 32.1})$$

Definition:
Ket im WWB:

$$|\alpha, t_0; t\rangle_I = e^{+i\hat{H}_0 t/\hbar} |\alpha, t_0; t\rangle_S \quad \left[\text{Bei } t=0: |\psi\rangle_I = |\psi\rangle_S \right] \quad (\text{St 33.2})$$

Definition:
Operator im WWB:

"interaction picture"

$$\hat{A}_I(t) \equiv e^{i\hat{H}_0 t/\hbar} \hat{A}_S e^{-i\hat{H}_0 t/\hbar} \quad (\text{St 33.3})$$

"Schrödinger-Gl." im WWB:

$$i\hbar \partial_t |\alpha, t_0, t\rangle_I = \hat{V}_I(t) |\alpha, t_0; t\rangle_I \quad (\text{St 34.3})$$

"Heisenberg-Gl." im WWB:

$$i\hbar \partial_t \hat{A}_I(t) = [\hat{A}_I(t), \hat{H}_0] + i\hbar \dot{\hat{A}}_I(t) \quad (\text{St 34.5})$$

Zeitentwicklung der
Koeffizienten:

$$|\alpha, t_0; t\rangle_I = \sum_n c_n(t) |n\rangle, \quad (\text{St 35.1})$$

$$i\hbar \partial_t c_n(t) = \sum_m V_{nm}(t) e^{i\omega_{nm}t} c_m(t) \quad (\text{St 36.1})$$

$$\omega_{nm} = (E_n - E_m)/\hbar, \quad V_{nm}(t) = \langle n | \hat{V}_S(t) | m \rangle$$

6.8 Dyson-Reihe für Zeitentwicklungsoperator $\hat{U}_I(t)$ im

Def. vom Zeitentwicklungsop. im WWB:

$$|\alpha, t_0; t\rangle_I = \hat{U}_I(t, t_0) |\alpha, t_0; t_0\rangle_I \quad (\text{St40.1})$$

$i\hbar \partial_t$ (St40.1)

$$i\hbar \partial_t |\alpha, t_0; t\rangle_I \stackrel{(\text{St34.3})}{=} \hat{V}_I(t) \hat{U}_I(t, t_0) |\alpha, t_0; t_0\rangle_I$$

$$\stackrel{(\text{St40.1})}{=} i\hbar \partial_t \hat{U}_I(t, t_0) |\alpha, t_0; t_0\rangle_I$$

gilt für alle $|\alpha, t_0; t_0\rangle_I \Rightarrow$

$$i\hbar \partial_t \hat{U}_I(t, t_0) = \hat{V}_I(t) \hat{U}_I(t, t_0) \quad (\text{St40.2})$$

Anfangsbedingung:

$$\hat{U}_I(t_0, t_0) = 1 \quad (\text{St40.3})$$

Äquivalente Integralgleichung zu (St40.2):
[check durch einsetzen]

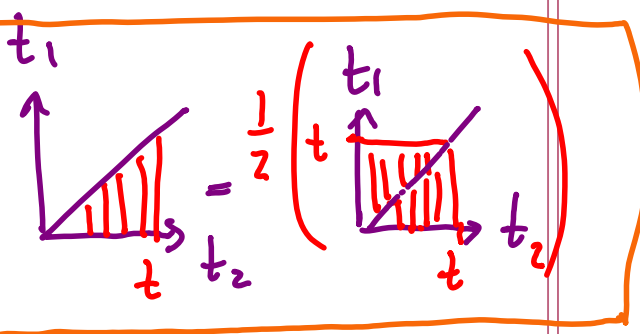
$$\hat{U}_I(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 \hat{V}_I(t_1) \hat{U}_I(t_1, t_0) \quad (\text{St40.4})$$

Iteriere (St40.4):

$$\hat{U}_I(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 \hat{V}_I(t_1) \times$$

(St41.1)

$$\left[1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \hat{V}_I(t_2) \hat{U}_I(t_2, t_0) \right]$$



$$= 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 \hat{V}_I(t_1) + \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2)$$

(St41.2)

"Dyson-Reihe"

$$+ \dots + \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2) \dots \hat{V}_I(t_n)$$

"Zeitgeordnetes Produkt"
 $t_1 > t_2 > t_3 \dots > t_n$

$$\equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \mathcal{T} [\hat{V}_I(t_1) \dots \hat{V}_I(t_n)]$$

"Zeitordnungsoperator":
ordnet Operatoren von
kleinen Zeiten (rechts)
nach großen (links)

zur Kenntnisnahme:
Fetter & Walecka
"Many Body Theory"

Zeitgeordnete
Exponentialfunktion:

$$\equiv \mathcal{T} \left[e^{-i \int_{t_0}^t dt' \hat{V}_I(t')} \right]$$

6.8.1 Übergangswahrscheinlichkeit

$$\hat{H}_0 |i\rangle = E_i |i\rangle$$

Zeitentwicklung von \hat{H}_0 -Eigenket:

$$|i, t_0=0; t\rangle_I \stackrel{(St 40.1)}{=} \sum_n |n\rangle \underbrace{\langle n | \hat{U}_I(t, t_0) | i \rangle}_{C_n(t)} \quad (St 42.1)$$

Bezug zwischen \hat{U}_I, \hat{U}_S :

$$|\alpha, t_0; t\rangle_I \stackrel{(St 33.2)}{=} e^{i\hat{H}_0 t/\hbar} |\alpha, t_0; t\rangle_S \quad (St 42.2)$$

$$\hat{U}_I(t, t_0) |\alpha, t_0; t_0\rangle = e^{i\hat{H}_0 t/\hbar} \hat{U}_S(t, t_0) |\alpha, t_0; t_0\rangle_S e^{-i\hat{H}_0 t_0/\hbar} |\alpha, t_0; t_0\rangle_I$$

gilt für alle $|\alpha, t_0; t_0\rangle_I \Rightarrow$

$$\hat{U}_I(t, t_0) = e^{i\hat{H}_0 t/\hbar} \hat{U}_S(t, t_0) e^{-i\hat{H}_0 t_0/\hbar} \quad (St 42.3)$$

6.8.2 Matrixelemente zwischen \hat{H}_0 Eigenkets:

$$\begin{aligned} & \langle n | \hat{U}_I(t, t_0) | i \rangle \\ & \stackrel{(St 42.3)}{=} \langle n | e^{i\hat{H}_0 t / \hbar} \hat{U}_S(t, t_0) e^{-i\hat{H}_0 t_0 / \hbar} | i \rangle \\ & \stackrel{(St 43.1)}{=} e^{i(E_n t - E_i t_0) / \hbar} \langle n | \hat{U}_S(t, t_0) | i \rangle \end{aligned}$$

Übergangswahrscheinlichkeit zwischen Energie-

$$|\langle n | \hat{U}_S(t, t_0) | i \rangle|^2 \stackrel{\text{[]}}{=} |\langle n | \hat{U}_I(t, t_0) | i \rangle|^2 \quad (St 43.2)$$

[gilt nur für Energie-Eigenzustände, ansonsten \neq]

Zur Zeit t_0 sei System in $|i\rangle$:

$$|i, t_0; t_0\rangle_S = e^{-iE_i t_0 / \hbar} |i\rangle \quad \text{[Im Schrödinger-Bild ist Phase beliebig wählbar]} \quad (St 43.3a)$$

Anfangszustand $e^{iH_0 t / \hbar}$ (43.3a)

$$|i, t_0; t_0\rangle_I \stackrel{(St 33.2)}{=} |i\rangle \quad (St 43.3)$$

Zeitentwicklung:

$$|i, t_0; t\rangle = \hat{U}_I(t, t_0) |i\rangle \stackrel{(St 35.1)}{=} \sum_n c_n(t) |n\rangle \quad (St 43.4)$$

Koeffizienten:

$$c_n(t) = \langle n | \hat{U}_I(t, t_0) | i \rangle \quad (St 43.5)$$

(St 44.1)

$$C_n(t) \equiv \sum_{m=0}^{\infty} C_n^{(m)}(t)$$

Störungsentwicklung der Koeffizienten in Potenzen von $V(t)$, mittels Dyson-Reihe (St 41.2):

(zeitunabhängig)

(St 44.2)

$$C_n^{(0)}(t) = \delta_{ni}$$

(St 44.3)

(St 35.4)

$$C_n^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 \langle n | \hat{V}_I(t_1) | i \rangle = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt_1 e^{i\omega_{ni}t_1} V_{ni}(t_1)$$

$$\omega_{ni} = (E_n - E_i)/\hbar$$

$$V_{ni} = \langle n | \hat{V}_S(t) | i \rangle$$

$$C_n^{(2)}(t) = \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2 \sum_m \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \langle n | \hat{V}_I(t_1) | m \rangle \langle m | \hat{V}_I(t_2) | i \rangle$$

$$= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2 \sum_m \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 e^{i\omega_{nm}t_1} e^{i\omega_{mi}t_2} V_{nm}(t_1) V_{mi}(t_2)$$

(St 44.4)

Übergangswahrscheinlichkeit:
(für $n \neq i$):

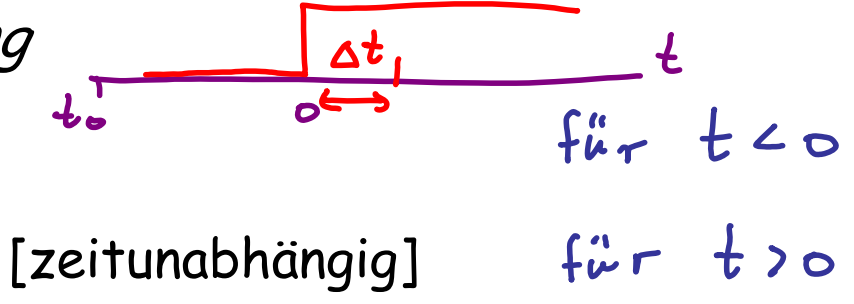
$$P(i \rightarrow n) = |\langle n | U_I(t, t_0) | i \rangle|^2 = |C_n^{(1)}(t) + C_n^{(2)}(t) + \dots|^2$$

(St 44.5)

6.8.3 Einschaltung einer konstanten Störung

Konstante Störung werde bei eingeschaltet:

$$\hat{V}(t) = \begin{cases} 0 \\ \hat{V} \end{cases}$$



[zeitunabhängig] für t > 0 (St 45.1)

(St 42.2)

$$C_n^{(0)}(t) = \delta_{ni}$$

$$V_{nm}(t) = \Theta(t) \langle n | \hat{V} | m \rangle$$

(St 42.3)

$$C_n^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} V_{ni} \int_0^t dt_1 e^{i\omega_{ni} t_1} = \frac{V_{ni}}{\hbar \omega_{ni}} (1 - e^{i\omega_{ni} t})$$

(St 45.2)

Übergangswahrschk

$$|C_n^{(1)}(t)|^2 = 4 |V_{ni}|^2 \frac{\sin^2(\omega_{ni} t / 2\hbar)}{\hbar^2 \omega_{ni}^2}$$

(St 45.3)

groß nur für:

$$|\omega_{ni}| \lesssim 2\pi/t$$

Spektrum, also auch ω_{ni} sei quasi-kontinuierlich

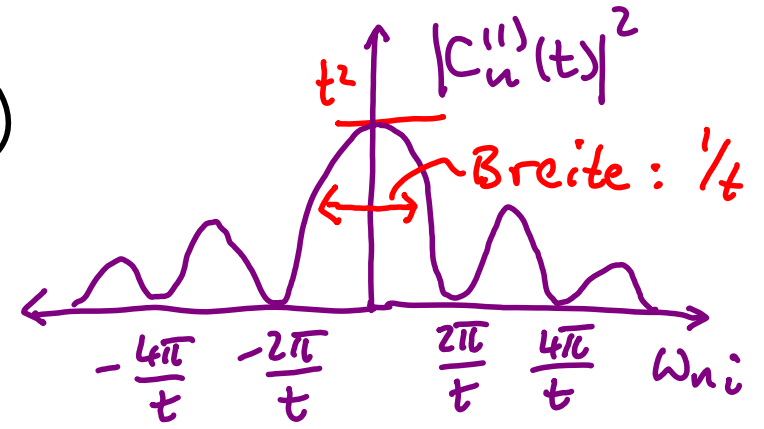
Innerhalb Δt nach Einschaltung der Störung ist $|C_n^{(1)}(t)|^2$

$$\Delta t \Delta E \sim \hbar$$

(St 45.4)

groß nur für Energie-Differenzen ΔE mit:

"Zeit-Energie-Unschärfe"



6.8.4 Fermi's "goldene Regel"

Gesamtübergangs-
Wahrschkt: summiere
über alle Endzustände:

$$P_i^{tot} \approx \sum_n |c_n^{(1)}(t)|^2 = \int dE |c_E^{(1)}(t)|^2 \rho(E) \quad (St 46.1)$$

Def. der
"Zustandsdichte" $\rho(E)$:

$$\sum_n f(E_n) \equiv \int dE \underbrace{\sum_n \delta(E_n - E)}_{\rho(E)} f(E) \quad (St 46.2)$$

$$P_i^{tot} \approx \frac{t}{2\hbar} \pi \int dE \rho(E) |V_{Ei}|^2 \frac{\sin^2\left[(E - E_i)t/2\hbar\right]}{\pi (E - E_i)^2 t/2\hbar} \quad (St 46.3)$$

Darstellung der
Dirac-Delta funktion:

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \frac{\sin^2 dx}{dx^2} = \delta(x) \quad \begin{matrix} x \rightarrow E - E_i \\ d \rightarrow t/2\hbar \end{matrix}$$

$$P_i^{tot} \stackrel{t \rightarrow \infty}{\approx} t \frac{2\pi}{\hbar} \int dE \rho(E) |V_{Ei}|^2 \delta(E - E_i) \quad (St 46.4)$$

"Übergangsrate":

$$W_i^{tot} = \frac{dP_i^{tot}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} \int dE |V_{Ei}|^2 \rho(E) \delta(E - E_i) \quad (St 46.5)$$

Fermi's
"Goldene Regel":

$$W_{i \rightarrow n} = \frac{2\pi}{\hbar} \left[\overbrace{|V_{ni}|^2}^{\text{Mittelwert}} \rho(E_n) \right]_{E_n \approx E_i} \quad (St 46.6)$$

Beitrag 2.te Ordnung:

(St44.4): $c_n^{(2)}(t)$

$$= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2 \sum_m \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 e^{i\omega_{nm}t_1} e^{i\omega_{mi}t_2} V_{nm} V_{mi}$$

$\omega_{nm} + \omega_{mi} = \omega_{ni}$

$$= \frac{i}{\hbar} \sum_m \frac{V_{nm} V_{mi}}{E_m - E_i} \int_0^t dt_1 (e^{i\omega_{ni}t_1} - e^{i\omega_{nm}t_1})$$

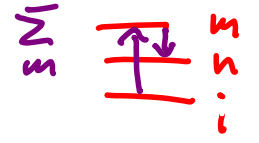
dieselbe Struktur wie (St45.2)

schnell oszillierend für $E_n \neq E_m$ kein Beitrag linear in t. (St44.5)

Übergangswahrschkt. in 2.ter Ordnung:

$$P_i^W = \frac{2\pi}{\hbar} \int dE \rho(E) \delta(E_f - E_i) \cdot \left| V_{ni} + \sum_m \frac{V_{nm} V_{mi}}{E_m - E_i} \right|^2$$

"realer" Übergang "virtueller" Übergang



Virtueller Übergang:

führt in alle möglichen Zwischenzustände m, mit vorübergehender "Verletzung" der Energie-Erhaltung

(St44.5) gilt nur, falls für Zustände mit $E_m \approx E_i$ ausserdem gilt, $V_{nm} V_{mi} = 0$

6.8.4 Harmonische Störung
(z.B. Wechselfeld)

$$\hat{V}(t) = \underbrace{\left(\hat{V} e^{i\omega t} + \hat{V}^\dagger e^{-i\omega t} \right)}_{V_{ni}(t)} \theta(t) \quad \text{St48}$$

$$[V_{ni}^\dagger \equiv (V^\dagger)_{ni}]$$

$$C_n^{(1)}(t) \stackrel{\text{St44.3}}{=} -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt_1 e^{i\omega_{ni} t_1} \left[V_{ni} e^{i\omega t_1} + V_{ni}^\dagger e^{-i\omega t_1} \right]$$

$$= \frac{1}{\hbar} \left[\frac{1 - e^{i(\omega_{ni} + \omega)t}}{\omega_{ni} + \omega} \hat{V}_{ni} + \frac{1 - e^{i(\omega_{ni} - \omega)t}}{\omega_{ni} - \omega} \hat{V}_{ni}^\dagger \right] \quad \text{St48.1}$$

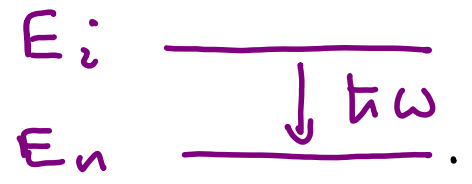
analog zu (St45.2) für "konstante Störung", mit $\omega_{ni} \rightarrow \omega_{ni} \pm \omega$
 $\delta(E_n - E_i)$

Für $t \rightarrow \infty$:
 $|C_n^{(1)}(t)|^2$ trägt nur dann bei wenn:

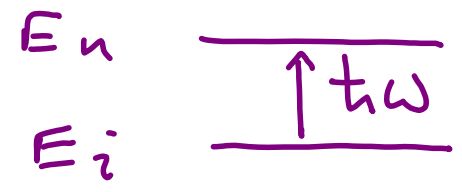
$$\Rightarrow \delta(\omega_{ni} \pm \omega) \hbar$$

$$\omega_{ni} + \omega \approx 0 \Rightarrow E_n = E_i - \hbar\omega$$

$$\omega_{ni} - \omega \approx 0 \Rightarrow E_n = E_i + \hbar\omega$$



"Emission"
(St48.2)



"Absorption"

Übergangsraten für Emission/Absorption [analog zu (St46.6)]:

$$W_{i \rightarrow [n]}^{Em/Ab} = \frac{2\pi}{\hbar} \left[\begin{array}{c} |V_{ni}|^2 \\ |V_{ni}^\dagger|^2 \\ \text{"} |V_{ni}|^2 \text{"} \end{array} \rho(E_n) \right] \quad \text{St49} \quad \text{(St49.1)}$$

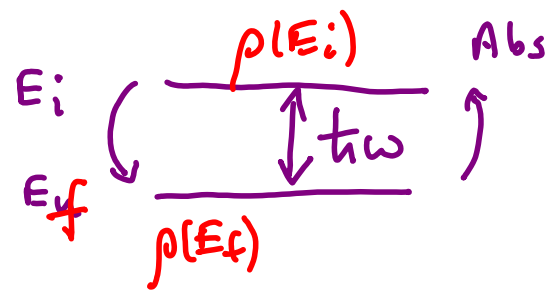
$E_n = E_i \mp \hbar\omega$

$$V_{ni}^\dagger = \langle n | \hat{V}^\dagger | i \rangle = \langle i | \hat{V} | n \rangle^* = V_{in}^*$$

$$|V_{ni}^\dagger|^2 = |V_{in}|^2 \quad (= |V_{ni}|^2 \text{ falls } \hat{V} = \hat{V}^\dagger)$$

nicht immer gegeben

"Detailed Balance":



$$\frac{W_{i \rightarrow [f]}^{Em} \quad \text{"initial" / "final"}}{\rho(E_f)} \Big|_{E_f = E_i - \hbar\omega} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 = \frac{W_{f \rightarrow [i]}^{Ab}}{\rho(E_i)} \Big|_{E_i = E_f + \hbar\omega}$$

Emissionsrate $i \rightarrow [f]$
 (Zustandsdichte für Endzustände $[f]$)

=

~~Emissionsrate $f \rightarrow [i]$~~
 (Zustandsdichte für Endzustände $[i]$)

6.9 Anwendung: Wechselwirkung von Elektron mit klassischem Elektromagnetischem Feld (Sakurai, 5.7) SELBER LESEN!!

"Klassisches Feld": = "nicht quantisiert" (betrachte Photonen im Mittel, nicht einzeln)

Hamilton für geladenes Teilchen im EM-Feld:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + e\phi(\vec{x}) - \frac{e}{m_0 c} \vec{A} \cdot \vec{p} \quad (St 50.1)$$

in der "Coulomb-Eichung":

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad (St 50.2)$$

Monochromatische EM-Welle:

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = 2A_0 \vec{\epsilon} \cos\left(\frac{\omega}{c} \hat{n} \cdot \vec{x} - \omega t\right) \quad (St 50.3)$$

Wellenvektor

Emission:

$$e^{i\omega t} \begin{Bmatrix} \hat{V} \\ \hat{V}^\dagger \end{Bmatrix} = -\left(\frac{eA_0}{m_0 c}\right) \vec{\epsilon} \cdot \vec{p} \begin{Bmatrix} e^{i\frac{\omega}{c} \hat{n} \cdot \vec{x}} \\ e^{-i\frac{\omega}{c} \hat{n} \cdot \vec{x}} \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \quad (St 50.4)$$

Absorption:

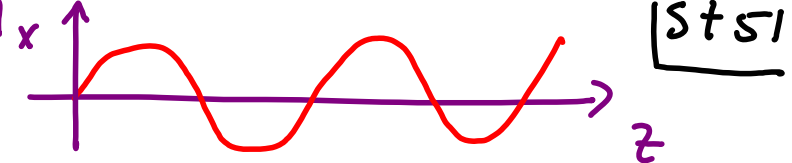
"Elektrische Dipol-Näherung" (gilt wenn Atomradius \ll Wellenlänge):

$$e^{\pm i\frac{\omega}{c} \hat{n} \cdot \vec{x}} \approx 1 + \cancel{i\frac{\omega}{c} \hat{n} \cdot \vec{x}} \quad (St 50.5)$$

$\omega/c \sim \frac{1}{\lambda}$ $\langle \vec{x} \rangle \sim \mathcal{O}(a_B)$

$$a_B \ll \lambda$$

Transversale Welle:

$$\vec{\varepsilon} = \hat{x}, \quad \vec{n} = \hat{z}$$


Matrix-Elemente:

$$V_{ni} \propto \langle n | \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\hat{p}} | i \rangle = \langle n | \hat{p}_x | i \rangle \quad (S+S.1)$$

Trick:

$$\hat{p}_x = \frac{m}{i\hbar} \left[\hat{x}, \frac{\hat{p}^2}{2m} \right] = \frac{m}{i\hbar} [\hat{x}, \hat{H}_0]$$

$$\langle n | \hat{p}_x | i \rangle = \frac{m_e}{i\hbar} \langle n | \hat{x} \hat{H}_0 - \hat{H}_0 \hat{x} | i \rangle$$

$E_i \quad E_n$

$$(E_n - E_i) / \hbar = \omega_{ni}$$

$$= i m_e \omega_{ni} \langle n | \hat{x} | i \rangle$$

↑ "Dipol-Matrixelement"

$$V_{ni} = \left(-\frac{ieA_0}{c} \right) \underline{\omega_{ni}} \underline{\langle n | \hat{x} | i \rangle}$$

Absorptionsrate:

(Vorfaktoren: siehe Sakurai, (5.7.22))

$$W_{abs} \propto \omega_{ni}^2 |\langle n | \hat{x} | i \rangle|^2 \delta(\omega - \omega_{ni})$$

6.10 Energieverschiebung und Zerfallsbreite

Wie verändert sich der Anfangszustand?

$$C_i(t) = ?$$

Schalte Störung
adiabatisch ein:

$$V(t) \equiv e^{\gamma t} \hat{V}$$

$t \rightarrow -\infty$
 $\rightarrow 0$

Zum Schluss

$$\gamma = 0^+ \rightarrow 0$$

(St 52.1)

Koeffizienten: $n \neq i$: $C_n^{(0)}(t) = 0$

$$C_n^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} V_{ni} \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \int_{t_0}^t dt, e^{\gamma t_1} e^{i\omega_{ni} t_1}$$

$$= -\frac{i V_{ni}}{\hbar} \frac{e^{t(\gamma + i\omega)}}{\gamma + i\omega_{ni}}$$

(St 52.2)

Übergangsrate:

$$\partial_t |C_n^{(1)}(t)|^2 = \partial_t \frac{|V_{ni}|^2}{\hbar^2} \frac{e^{2t\gamma}}{\gamma^2 + \omega_{ni}^2} = \frac{2|V_{ni}|^2}{\hbar^2} \frac{\gamma e^{2t\gamma}}{\gamma^2 + \omega_{ni}^2}$$

(St 52.3)

Darstellung der Dirac-Delta funktion:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\eta/\pi}{\eta^2 + \omega_{ni}^2} = \delta(\omega_{ni}) = \frac{1}{\hbar} \delta(E_n - E_i) \quad (S t 53.4)$$

Limes $\eta \rightarrow 0$ reproduziert Goldene Regel:

$$W_{i \rightarrow [n]} \stackrel{(S t 52.3)}{=} \frac{2\pi}{\hbar} |V_{ni}|^2 \delta(E_n - E_i) \quad (S t 53.2)$$

Entwicklung von $c_i(t)$:

$$c_i^{(0)}(t) = 1$$

Selber rechnen...

$$c_i^{(1)}(t) = \dots, \quad c_i^{(2)}(t) = \dots$$

$$c_i(t) = 1 - \frac{i}{\hbar} V_{ii} e^{\eta t} +$$

$$\left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2 |V_{ii}|^2 \frac{e^{2\eta t}}{2\eta} + \left(\frac{-i}{\hbar}\right) \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mi}|^2 e^{2\eta t}}{2\eta (E_i - E_m + i\eta)} \quad (S t 53.3)$$

Relative Abnahmerate:

$$\frac{\dot{c}_i}{c_i} \approx -\frac{i}{\hbar} \left[V_{ii} + \sum_{m \neq i} \frac{|V_{mi}|^2}{E_i - E_m + i\hbar\eta} \right] \equiv -\frac{i}{\hbar} \Delta_i \quad (\text{St 54.1})$$

Lösung:

$$c_i(t) = e^{-i\Delta_i t/\hbar} \quad \Delta_i = \text{komplex!} \quad (\text{St 54.2})$$

$$|i, t_0=0, t\rangle_I = e^{-i\Delta_i t/\hbar} |i\rangle_I \quad (\text{St 54.3})$$

$$|i, t_0=0, t\rangle_S = e^{-i\Delta_i t/\hbar} e^{-iE_i t/\hbar} |i\rangle \quad (\text{St 54.4})$$

Energieverschiebung:

$$E_i \rightarrow E_i + \Delta_i \quad (\text{St 54.5})$$

Zerfallsrate:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma_i}{\hbar} &\equiv -\frac{2}{\hbar} \text{Im}[\Delta_i] = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m \neq i} |V_{mi}| \delta(E_i - E_m) \quad (\text{St 54.6}) \\ &= \sum_m W_{i \rightarrow m} \quad [\text{von goldener Regel}] \checkmark \end{aligned}$$