



## Blatt 02: Energie und Zustandsraum

Ausgabe: Freitag, 03.11.17; Abgabe: Montag, 13.11.17, 13:00 Uhr

### Aufgabe 1 Quasistatische Zustandsänderungen

Ein Gas befindet sich in einem Zylinder mit beweglichem Kolben. Bei quasistatischer, adiabatischer Volumenänderung (d.h. der Kolben wird so langsam bewegt, dass das System immer im Gleichgewicht ist, aber schnell genug, sodass kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann), beobachtet man

$$p^2 V^3 = \text{const.} \quad (1)$$

a) (6 Punkte) Wir definieren vier Punkte  $A, B, C, D$  im Zustandsraum:

	A	B	C	D
$p[\text{bar}]$	1.	8.	8.	1.
$V[\text{l}]$	1.	0.25	1.	0.25

Wir erlauben jetzt wieder Wärmeaustausch mit der Umgebung. Zeichnen Sie (qualitativ) folgende Prozesse in ein  $p$ - $V$ -Diagramm ein: Auf Geraden im  $p$ - $V$ -Diagramm von  $A$  nach  $C$ , von  $A$  nach  $D$ , von  $C$  nach  $B$  und von  $D$  nach  $B$ ; und auf der Adiabatenkurve (1) von  $A$  nach  $B$ .

Berechnen Sie die quasistatische Arbeit  $W$  und den Wärmeübertrag  $Q$  auf den abschnittsweise geraden Pfaden  $A \rightarrow D \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow C \rightarrow B$  und auf der Adiabate  $A \rightarrow B$ .

*Hinweis: Sie müssen nicht alle Teilprozesse berechnen.*

b) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass zwei beliebige Zustände ("Punkte in der  $p$ - $V$ -Ebene") durch eine Verbindung von Prozessen aus Adiabaten und Isochoren verbunden werden können.

### Aufgabe 2 Adiabaten Gleichung

(4 Punkte) Die Energie eines Systems von einem Mol Teilchen sei durch  $E = \alpha p^3 V$  gegeben, wobei  $\alpha > 0$  konstant sei. Bestimmen Sie die Einheit von  $\alpha$ . Bestimmen Sie die Adiabaten Gleichung in der  $p$ - $V$ -Ebene.

### Aufgabe 3 Innere Energie und Teilchenzahl

(3 Punkte) Sie finden zufällig bei sich zu Hause einen längst vergessenen Gasbehälter wieder (so was passiert öfter, als man denkt). Sie erinnern sich dunkel, dass er 2 Mol eines einkomponentigen Gases enthält. Neugierig fangen Sie an, mit dem Inhalt zu experimentieren, und stellen fest, dass für die innere Energie  $E$  dieses Systems  $E = \alpha p V^2$  ( $\alpha > 0$ , konstant) gilt. Da Sie keinen zweiten Behälter haben und sich nicht sicher sind, dass das Gas ungiftig ist, können Sie die Abhängigkeit der inneren Energie von der molaren Teilchenzahl  $N$  nicht experimentell bestimmen.

Leiten Sie  $E = E(p, V, N)$  aus der Annahme her, dass  $p$  intensiv und  $E, V$  und  $N$  extensiv sind.

#### Aufgabe 4 Innere Energie, Wärme und Adiabaten

(7 Punkte) Eine Freundin von Ihnen ist Experimentalphysikerin (und überraschend trinkfest). Bei Ihrem letzten Treffen in Ihrer Lieblingskneipe hat sie Ihnen nach dem fünften Bier (oder war es das siebte?) erzählt, dass sie kürzlich und ganz zufällig einen längst vergessenen Gasbehälter bei sich zu Hause wiedergefunden hat (sowas passiert öfter, als man denkt). Sie erklärt Ihnen, wie sie experimentell herausgefunden hat, dass bei konstantem Volumen  $V_0$  und Ausgangsdruck  $p_0$  der Wärmeübertrag  $Q'$  zwischen Gas und Umgebung bei Druckänderung  $p \rightarrow p'$  gleich

$$Q' = \alpha (p' - p_0) \quad (2)$$

ist, wobei  $\alpha > 0$ , konstant (die Freundin hat Ihnen die Werte natürlich auf 3 gültige Ziffern und mit Fehler genannt, aber die sind Ihnen genauso wie der experimentelle Aufbau entfallen).

Ein paar Bier später erzählt sie Ihnen noch, wie sie indirekt die Adiabaten Gleichung des Gases zu

$$p V^\gamma = \text{const} \quad (3)$$

bestimmen konnte, wobei Sie sich leider nur noch erinnern, dass  $\gamma$  eine positive Konstante ist (Sie sind froh, dass Sie sich überhaupt noch an etwas erinnern, und schwören, nie wieder Alkohol zu konsumieren).

Am nächsten Morgen bekämpfen Sie Ihren Kater mit einem bewährten Hausmittel: Thermodynamik. Finden Sie die innere Energie  $E = E(p, V)$  des Systems in Abhängigkeit von  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $\alpha$ ,  $E_0 \equiv E(p_0, V_0)$  und  $\gamma$  (und natürlich  $p$  und  $V$ ).

(Nachtrag: Nachdem Sie die Lösung gefunden haben, ist tatsächlich auch der Kater weg.)