Übungen zur Vorlesung

Elektrodynamik (T3p)

SoSe 2013

Blatt 12

Aufgabe 1: Polarisierung und Magnetisierung

Ein beliebig geformter Körper befinde sich in einem Raum ohne weitere Ladungen. Der Körper sei insgesamt elektrisch neutral und es treten nur gebundene Ladungen und Ströme auf. Zeigen Sie, dass dann im statischen Fall die folgenden Zusammenhänge gelten:

a) Das Dipolmoment $\vec{p}$ des Körpers ist gegeben durch das Volumenintegral der Polarisierungsdichte $\vec{P}$: $\quad \vec{p} = \int d^3x\, \vec{P}(\vec{x})$.

b) Das magnetische Moment $\vec{\mu}$ des Körpers ist gegeben durch das Volumenintegral der Magnetisierungsdichte $\vec{M}$: $\quad \vec{\mu} = \int d^3x\, \vec{M}(\vec{x})$.

Aufgabe 2: Ebene Welle

Durch $\vec{A} = A(x - ct)\vec{e}_z$ und $\phi = 0$ ist eine ebene elektromagnetische Welle im Vakuum definiert.

a) Zeigen Sie, dass die Potentiale der Lorentz-Eichbedingung und der Wellengleichung genügen.

b) Bestimmen Sie die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$, die Energiedichte W und den Poynting-Vektor $\vec{S}$.

c) Überprüfen Sie die Gültigkeit des Poynting-Theorems.

Aufgabe 3: Komplexe Notation für ebene Wellen

Zwei ebene Wellen seien in komplexer Schreibweise gegeben durch

$$\vec{A} = (\vec{A}_1 + i\vec{A}_2)\, e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}, \qquad \vec{B} = (\vec{B}_1 + i\vec{B}_2)\, e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}. \tag{1}$$

Die (zeitunabhängigen) Vektoren $\vec{A}_{1,2}$, $\vec{B}_{1,2}$ und $\vec{k}$, sowie ω seien reell. Die reellen Ausdrücke für die Felder können dann als $\mathrm{Re}\vec{A}$ und $\mathrm{Re}\vec{B}$ geschrieben werden. Zeigen Sie, dass für das Zeitmittel über eine volle Periode gilt

$$\langle \mathrm{Re}A_i \mathrm{Re}B_j \rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}A_i B_j^* \tag{2}$$

wobei A_i, B_j beliebige Komponenten der Vektoren $\vec{A}$, $\vec{B}$ sind. Beweisen Sie damit die folgenden Ausdrücke für Energiedichte und Poyntingvektor von ebenen elektromagnetischen Wellen in komplexer Notation:

$$\langle W \rangle = \frac{1}{16\pi}\left(|\vec{E}|^2 + |\vec{B}|^2\right), \qquad \langle \vec{S} \rangle = \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\vec{E} \times \vec{B}^* \tag{3}$$

Bei Fragen E-Mail an: *Daniel.Jaud@physik.uni-muenchen.de*