

## Übungsblatt Elektrodynamik 4

Besprechung in der Woche vom 25.06.18 bis 29.06.18

### Teil A: Verständnisaufgaben

#### Aufgabe 1 – Elektrische Leistung

Eine Potenzialdifferenz  $U$  wird an ein Bauelement mit dem ohmschen Widerstand  $R$  angelegt und erzeugt einen Strom  $I$  durch das Bauelement. Ordnen Sie die folgenden Änderungen der Bestimmungsgrößen  $I$ ,  $U$  und  $R$  entsprechend der jeweiligen zeitlichen Rate, mit der elektrische Energie am Widerstand  $R$  in Wärmeenergie umgesetzt wird:

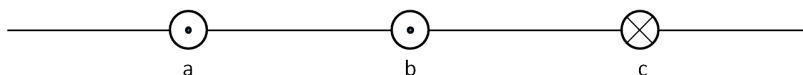
- |   |   |
|---|---|
| a) $U$ wird verdoppelt, $R$ bleibt unverändert. | c) $R$ wird verdoppelt, $U$ bleibt unverändert. |
| b) $I$ wird verdoppelt, $R$ bleibt unverändert. | c) $R$ wird verdoppelt, $I$ bleibt unverändert. |

#### Aufgabe 2 – Driftgeschwindigkeit

In der Vorlesung wurde die Beziehung  $\vec{j} = nqv_D\vec{v}$  zwischen Stromdichte und Driftgeschwindigkeit von Ladungsträgern eingeführt. Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit der leitenden Elektronen in einem Kupferdraht mit einem Durchmesser  $d = 1\text{ mm}$ , wenn ein Strom  $I = 2\text{ A}$  fließt? Nehmen Sie an, dass pro Kupferatom ein Leitungselektron vorliegt.

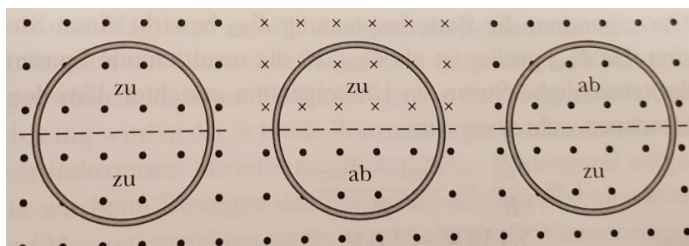
#### Aufgabe 3 – Kraft zwischen stromdurchflossenen Leitern

Die Abbildung zeigt drei lange, gerade, parallele und äquidistante Drähte, in denen identische Ströme entweder in die Papierebene hinein (c) oder aus ihr heraus (a und b) fließen. Ordnen Sie die Drähte nach dem Betrag der Kraft auf sie aufgrund der Ströme in den anderen beiden Drähten (größte zuerst).



#### Aufgabe 4 – Induktion

Die Abbildung zeigt drei identische kreisförmige Leiterschleifen in Magnetfeldern, deren Feldstärke mit identischen Geschwindigkeiten entweder zu- oder abnehmen. Punkte bzw. Kreuze zeigen entgegengesetzte Richtungen des Magnetfelds an (in die Papierebene hinein bzw. aus ihr heraus). Die gestrichelte Linie teilt die Schleifen jeweils in zwei gleich große Hälften. Ordnen Sie die drei Schleifen nach dem in ihnen induzierten Strom (größte zuerst).

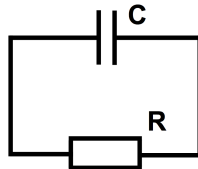


## Teil B: Rechenaufgaben

### Aufgabe 5 – Kondensatorknall.

In der Vorlesung hatten wir einen Hochspannungskondensator (mit Kapazität von  $C = 1 \mu\text{F}$ ) auf  $V = 1,5 \text{ kV}$  aufgeladen. Der Kondensator wird nun von der Spannungsquelle getrennt.

- Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Ladung?
- Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Energie?
- Nun wird der Kondensator über zwei Drähte und eine Kupferplatte kurzgeschlossen. Die Drähte und Kupferplatte sollen zusammen einen Widerstand von  $R = 10 \Omega$  haben. Der Schaltkreis für den kurzgeschlossenen Kondensator ist in der Skizze unten gezeigt. Stellen Sie eine Differentialgleichung für die Ladung im Kondensator als Funktion der Zeit nach dem Kurzschluss auf. *Hinweis: Nutzen Sie Kirchhoffs Maschenregel, sowie die Definitionen von Strom und Kapazität.*



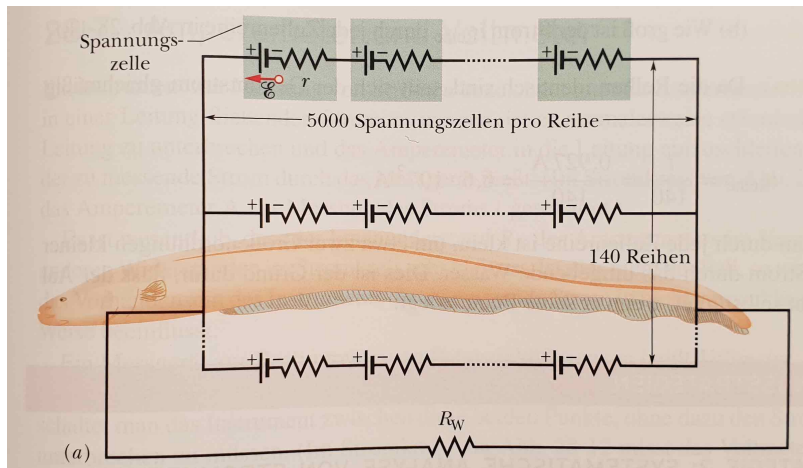
- Geben Sie eine Lösung der in der letzten Teilaufgabe aufgestellten Differentialgleichung an. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der Ladung auf dem Kondensator.
- Was ist die charakteristische Zeitkonstante  $\tau$  der Entladung? Wenn wir näherungsweise davon ausgehen, dass der Kondensator in etwa in der Zeit  $\tau$  entladen wird und dabei seine gesamte Energie abgibt, was ist die freigesetzte Leistung?

### Aufgabe 6 – Spezifischer Widerstand

- Den Kehrwert der Leitfähigkeit bezeichnet man als spezifischen Widerstand  $\rho$ . Der spezifische Widerstand von Kupfer bei  $20^\circ\text{C}$  beträgt  $\rho_{20} = 1.7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ . Berechnen Sie den Widerstand eines 10 m langen Kupferdrahtes mit Durchmesser 2 mm bei  $20^\circ\text{C}$ .
- Die Änderung des Widerstandes mit der Temperatur kann bei vielen Leitern als linear genähert werden. Dabei wird meistens der spezifische Widerstand und der Temperaturkoeffizient  $\alpha$  angegeben, so dass gilt:  $\rho(t) = \rho_{20}[1 + \alpha(t - 20^\circ\text{C})]$ . Bei Kupfer ist  $\alpha = 3.9 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Finden Sie die Temperaturen bei welchen sich der Widerstand um 10% erhöht bzw. gesenkt hat.
- Ein 1 m langer Draht habe einen Widerstand von  $0.1 \Omega$ . Auf welche Länge muss der Draht gleichmäßig gedehnt werden um einen Widerstand von  $10 \Omega$  bzw.  $1000 \Omega$  aufzuweisen? (Tipp: Beim gleichmäßigen Dehnen bleibt das Volumen konstant.)

### Aufgabe 7 – Zitteraal

Bestimmte Fischarten sind in der Lage, einen elektrischen Strom im umgebenden Wasser zu erzeugen. Sie verfügen dazu über eine Zellenart, die man als physiologische Spannungsquellen betrachten kann. Diese Zellen sind im Körper des südamerikanischen Zitteraals in 140 Reihen zu je ca. 5000 Zellen längs des Körpers des Tiers angeordnet. Die Abbildung zeigt ein Schaltbild des Aals. Jede Zelle erzeugt eine Spannung  $U$  von  $0,15\text{ V}$  und hat einen Innenwiderstand  $R$  von  $0,25\ \Omega$ . Das den Aal umgebende Wasser schließt den Stromkreis zwischen den beiden Enden der Zellenreihen, zwischen dem Kopf und dem Schwanzende des Tiers.



- Nehmen Sie den Widerstand des Wassers zwischen Kopf und Schwanzende des Aals zu  $R_W = 800\ \Omega$  an und berechnen Sie den maximalen Strom, den das Tier im Wasser erzeugen kann. *Hinweis:* Vereinfachen Sie das Schaltbild des elektrischen Organs des Aals, in dem Sie die Reihen von Zellen durch äquivalente Spannungen und Widerstände zusammenfassen.
- Wie groß ist der Strom  $I_{\text{Reihe}}$  durch jede Zellenreihe in der Abbildung?

### Aufgabe 8 – Orientierungspolarisation

In einem Lösungsmittel der Viskosität  $\eta$  sind Moleküle mit einem Dipolmoment  $p$  in einer Anzahldichte  $n$ . Legt man nun ein externes elektrisches Feld vom Betrag  $E$  an, richten sich die Dipole entlang des elektrischen Feldes aus, jedoch wirkt ihre thermische Bewegung dieser entgegen. Zur Vereinfachung nehme man im folgenden an, dass sich die Moleküle stets im thermischen Gleichgewicht befinden und nur drei Einstellrichtungen haben: In Feldrichtung, entgegengesetzt und senkrecht dazu.

- Wie sieht die Richtungsverteilung der Dipole **mit und ohne** elektrisches Feld aus? Berechnen Sie dazu  $\bar{n}_+ := n_{\text{Feldrichtung}}$ ,  $\bar{n}_- := n_{\text{gegen Feldrichtung}}$  und  $\bar{n}_\perp$  für die beiden Fälle. *Hinweis:* Boltzmannverteilung; Achten sie genau auf die Multiplizitäten
- Wie stark müsste das elektrische Feld sein, damit die Dipolenergie gleich der thermische Energie wäre? Nehmen Sie dazu an, dass es sich beim Lösungsmittel um Wasser handelt, d.h.  $p = 1,85\text{ D}$  ( $\text{D} = \text{Debye} = 3,3 \cdot 10^{-30}\text{ C}\cdot\text{m}$ ).
- Für ein typisches homogenes Feld im Kondensator gilt  $E = 10^4\text{ N/C}$ , sodass sie im folgenden getrost mit  $pE \ll k_B T$  rechnen können. Welcher mittleren Gesamtpolarisation in Richtung des elektrischen Feldes  $\bar{P}_+$  würden die in a) berechneten Verteilungen entsprechen?
- Statt den soeben ausgerechneten Bruchteil ganz in Feldrichtung zu drehen, kann man mit dem gleichen Polarisierungserfolg auch alle Dipole um den gleichen, kleinen Winkel  $\gamma$  drehen. Wie lange

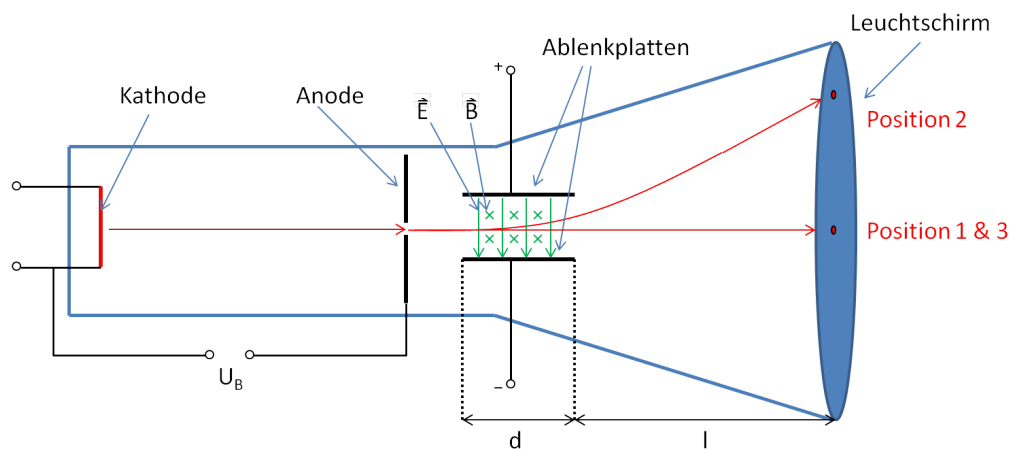
dauert eine solche Drehung in Wasser? (Molekülvolumen in Wasser  $V = 3 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$ ; Viskosität von Wasser  $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pas.}$ )

*Hinweis: Rechnen Sie dazu zunächst  $\gamma$  aus. Dann nehmen sie als Ansatz für die Zeit  $\tau = \gamma\eta V(pE)^{-1}$ . Es gibt einen Bonuspunkt für das Herleiten des gegebenen Ansatzes.*

- e) Wie bewerten Sie die Vorstellung, dass eine langfristige „Ordnung von Wassermolekülen“ auch nach großer Verdünnung eine pharmazeutische Wirkung entfaltet?

### Aufgabe 9 – Die Entdeckung des Elektrons

Im Jahre 1897 deutete der Cambridge Professor J.J. Thomson die bis dahin unbekanntenen Strahlen, die aus einer Glühkathode austreten und entdeckte somit, dass es kleinere Teilchen als Atome gibt. Die Abbildung zeigt eine moderne, auf das Wesentliche reduzierte Version von Thomsons Anordnung aus dem Jahre 1897: eine Kathodenstrahlröhre (déjà vu! ED 2, Aufgabe 6) mit einem zusätzlichen zum E-Feld senkrecht stehenden B-Feld. Thomson ging wie folgt vor:



1. Er wählte zunächst  $E = 0$  und  $B = 0$  und markierte die Position des Lichtflecks, den der nicht abgelenkte Elektronenstrahl auf dem Leuchtschirm erzeugte.
2. Als nächstes stellte er einen von 0 verschiedenen Wert des elektrischen Feldes  $E$  ein und maß die sich ergebende Ablenkung des Lichtflecks. Was kann man an dieser Stelle bereits über die Ladung der Strahlung sagen?
3. Nun regelte er die Stärke des Magnetfeldes so, dass der Lichtfleck zu seiner ursprünglichen Position zurückkehrte. In welche Richtung muss das Magnetfeld zeigen, damit sich die Kräfte aufheben können?

Thomsons Kathodenstrahlröhre nutzte Kondensatorplatten mit einer Länge von 5 cm und einem Abstand von 110 cm zum Leuchtschirm. Er nutzte ein elektrisches Feld der Stärke  $E = 1,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  und maß eine resultierende Auslenkung von  $y(t_i) = 8 \text{ cm}$ , woraufhin er ein Magnetfeld der Stärke  $10^{-4} \text{ T}$  zum ausgleichen einstellte.

- a) In welche Richtung muss das Magnetfeld zeigen um das elektrische Feld auszugleichen?
- b) Leiten Sie einen Ausdruck für  $m/q$  her und geben Sie dessen Wert laut Thomsons Versuch an. Vergleichen Sie diesen außerdem mit dem heutigen akzeptierten Wert. *Hinweis: Nutzen Sie ihr Ergebnis aus dem Übungsblatt ED 2, Aufgabe 6.*

Thomson vermutete, dass die entdeckten Teilchen in jeder Art von Materie vorkämen und dass sie um einen Faktor von mehr als 1000 leichter seien als das leichteste bekannte Atom, das Wasserstoffatom. Thomsons Messung des Verhältnisses  $m/q$ , sowie die Treffsicherheit seiner beiden Vermutungen führten dazu, dass man ihm später die „Entdeckung des Elektrons“ zuschrieb.

## Einleitung Teilchenbeschleuniger

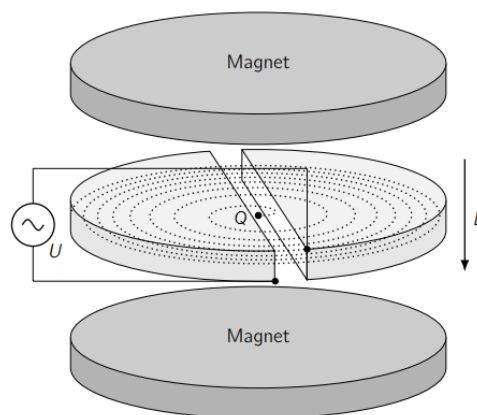
Beim Begriff des Teilchenbeschleunigers denken viele an das CERN: Eine gigantische Forschungseinrichtung die dem Zweck dient die kleinsten Bauteile der Materie zu untersuchen. Jedoch finden Teilchenbeschleuniger auch in anderen Gebieten vielfältige Anwendung, wie zum Beispiel in der Medizinphysik (Strahlentherapie) und in der Strukturbiologie (Elektronenmikroskopie, Röntgenstreuung und Kristallographie). In der folgenden Aufgabe werden wir einen Teilchenbeschleuniger näher betrachten.

### Aufgabe 10 – Zyklotron

Erstmals realisiert wurde ein Zyklotron 1930 vom Berkeley Professor Ernest O. Lawrence, welcher dafür 1939 den Physik Nobelpreis erhielt. Bis in die 50er Jahre war diese Art der Teilchenbeschleuniger „*the most powerful atom-smasher in the world*“.

Ein Zyklotron besteht aus zwei hohlen, halbkreisförmigen Elektroden, so genannte Duanden, in einem homogenen magnetischen Feld der Flussdichte  $B$ , das senkrecht zu den Elektroden orientiert ist. Zwischen den Elektroden befindet sich ein sehr schmaler Spalt über den eine Wechselspannung der Form  $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$  angelegt ist. Das zugehörige elektrische Feld wirkt nur zwischen den beiden Duanden, im Innern der Dosen dagegen verschwindet die elektrische Feldstärke.

In der Mitte des schmalen Spalts befindet sich eine Ionenquelle  $Q$ . Die Frequenz der Spannung ist so eingestellt, dass die Teilchen bei jedem Durchqueren des Spaltes beschleunigt werden. Dadurch bewegen sie sich näherungsweise auf einer Spiralbahn nach außen, bis sie nach vielen Umläufen an den Rand der Anordnung gelangen, wo sie durch ein elektrisches Ablenkkfeld herausgelenkt werden (vgl. Abbildung).



Betrachten Sie im Folgenden ein Zyklotron, wie es von Lawrence Ende der 30er Jahre des letzten Jahrhunderts in Berkeley entwickelt wurde. Die Elektroden des Zyklotrons besaßen einen Radius von  $R = 0,76 \text{ m}$  und die über den gesamten Zyklotronquerschnitt als konstant annehmbare magnetische Flussdichte betrug  $B = 0,71 \text{ T}$ . In dem Zyklotron wurden Protonen mit einer Ladung  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und einer Masse  $m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  beschleunigt. Die Amplitude der Hochfrequenzspannung betrug dabei  $U_0 = 87 \text{ kV}$ .

- Leiten Sie einen Ausdruck für die zum Beschleunigen der Protonen notwendige Kreisfrequenz  $\omega$  her und geben Sie den Wert der Kreisfrequenz an. Vernachlässigen Sie bei Ihrer Betrachtung relativistische Effekte.
- Bestimmen Sie die kinetische Energie sowie die Geschwindigkeit der Protonen beim Verlassen des Zyklotrons und beurteilen Sie, inwieweit es zulässig ist, relativistische Effekte zu vernachlässigen.
- Berechnen Sie die Anzahl der Umläufe, die ein Proton in dem Zyklotron mindestens macht, bevor es aus diesem austritt, und ebenfalls die Zeit, die es sich dabei in dem Zyklotron aufhält
- Warum eignet sich ein Zyklotron nicht um Elektronen auf hohe Geschwindigkeiten zu beschleunigen?