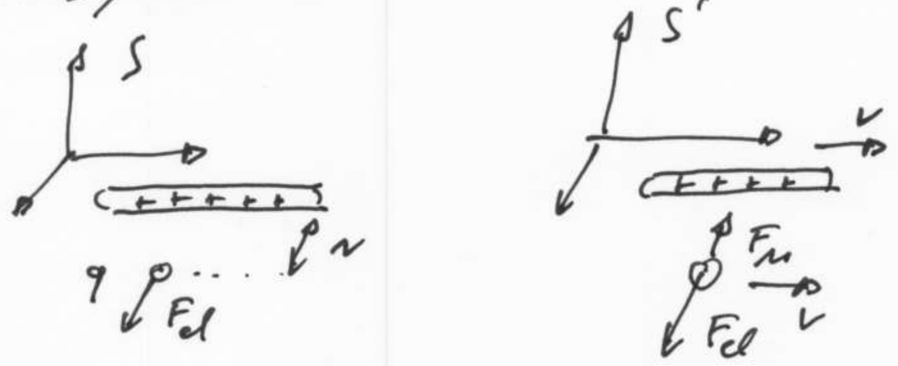
Spezielle Relativitätstheorie

Schwierigkeit Ende des 19. Jahrh.

- Newton Mechanik
- Maxwell Theorie des El. Magn.

Mechanik : Newton Gesetze gelten in jedem Inertialsystem

El. Dynamik :



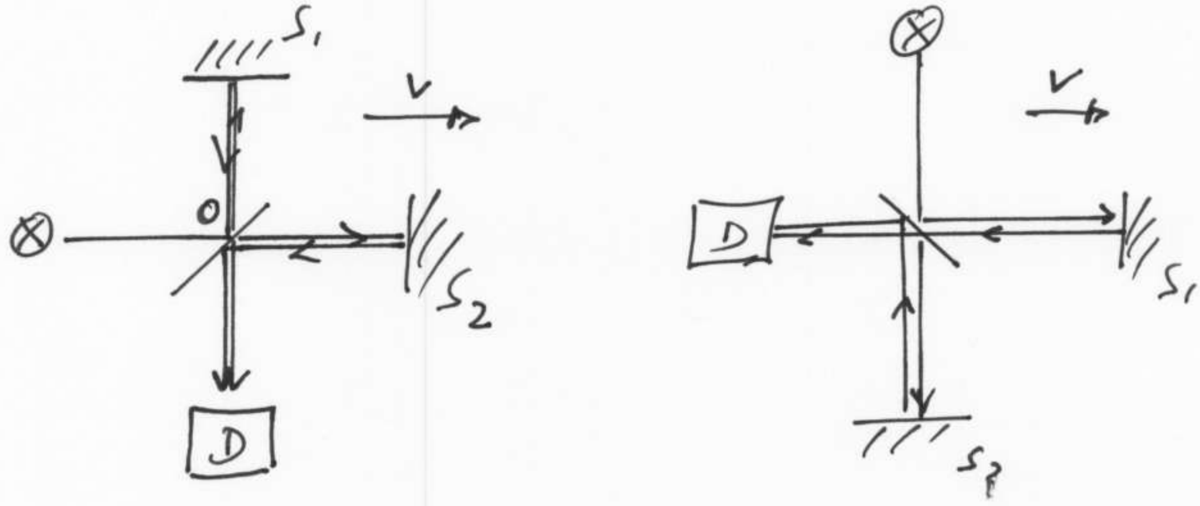
Im bewegten System S' ($v = \text{const}$) ändert sich Kraft, als magn. Kraft interpretiert $\vec{F}_m$.

Außerdem : el. magn. Welle breiten sich mit Lichtgeschw. $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ aus.

Aber in welchem Bezugssystem ?

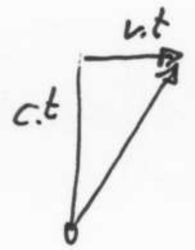
$\Rightarrow$ Ätherhypothese

Experiment von Michelson und Morley (1887)



$$t_{OS_2O} = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} \approx \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{v^2}{c^2} + \dots\right)$$

$$c^2 t_{OS_1}^2 = L^2 + v^2 t_{OS_1}^2$$



$$\Rightarrow \quad t_{OS_1} = \frac{L}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx \frac{L}{c}\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \dots\right)$$

$$t_{OS_1O} = 2 \cdot t_{OS_1} \approx \frac{2L}{c}\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \dots\right)$$

$$\Delta t = t_{OS_2O} - t_{OS_1O} \approx \frac{L}{c}\frac{v^2}{c^2}$$

Bei Drehung um 90° erwartet man

$$\Delta t = \frac{2L}{c}\frac{v^2}{c^2}$$

Verschiebung in Einheiten $T = \frac{1}{\nu}$, $\nu \cdot \lambda = c$

$$\Delta N = \frac{\nu \cdot 2L}{c} \frac{v^2}{c^2} = \frac{2 \cdot L}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{c^2}$$

$L = 1\,m$ $\quad \lambda = 5{,}46 \cdot 10^{-7}\,m$ [grüne Hg Linie]

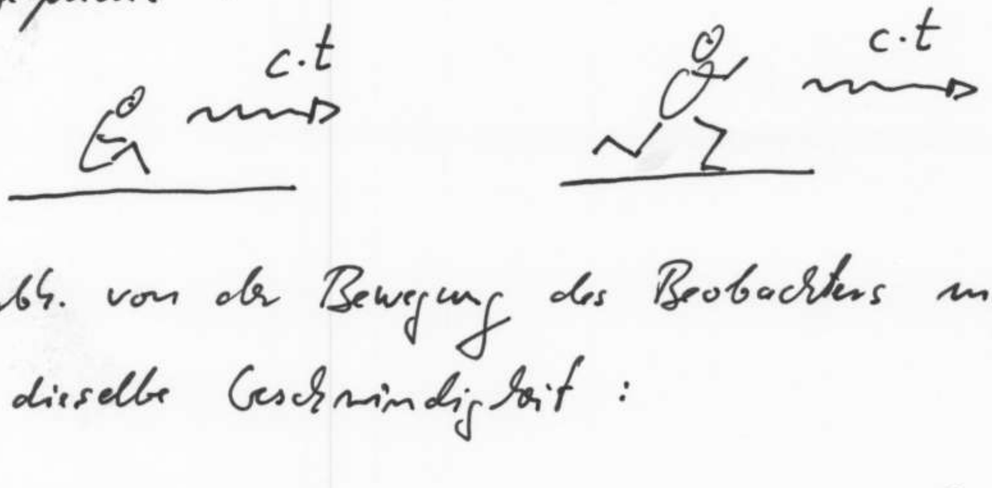
$v = 30\,km/s = 3 \cdot 10^4\,m/s$

$c = 3 \cdot 10^8\,m/s$

$\rightarrow$ $3{,}6 \cdot 10^{-2}$ Streifenabstände (schwer zu messen)

Ergebnis M. M. $\Rightarrow$ keine Verschiebung

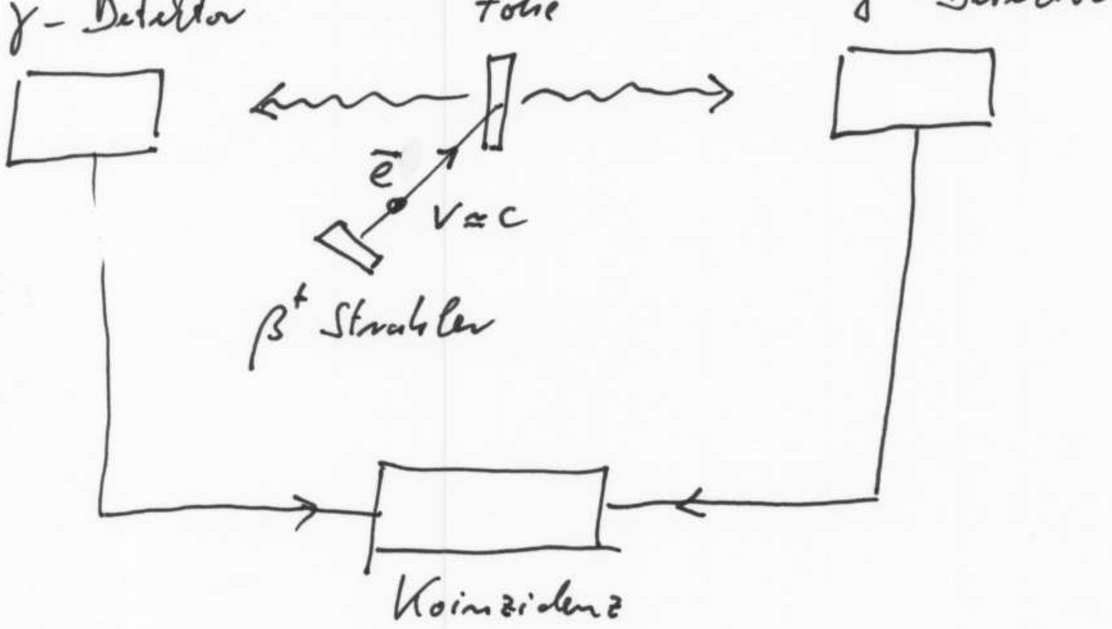
Konsequenz:



Unabh. von der Bewegung des Beobachters mißt er dieselbe Geschwindigkeit:

$$c = 299\,792\,458\,m/s \approx 3 \cdot 10^8\,m/s$$

Das Experiment von Sadeh (1963)



β^+ Strahlen (Positronen) treffen auf Folie (viele e^-)

$\bar{e} + e \to 2\gamma$ Paarvernichtung

$\bar{e} + e$ ist eine γ-Quelle, die sich mit $c/2$ nach rechts bewegt! $(v_e + v_{\bar{e}}) \cdot 1/2 \approx (c+0)\, 1/2$

Signale kommen trotzdem gleichzeitig an!

Einstein'schen Postulate

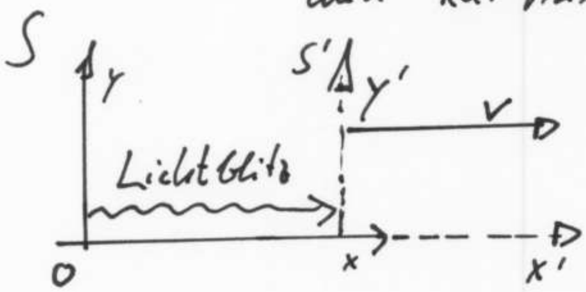
I. Naturgesetze sind in allen Inertialsystemen identisch. (Relativitätsprinzip)

II. Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen gleich. ($c \stackrel{!}{=} \text{const.}$)

Aus I. + II. Ableitung der Lorentztransformation für die Mechanik. Einstein (1905)

Die Lorentztransformation

Gesucht: Transformation gesucht, die $c = \text{const}$ erfüllt und Rel. Prinzip.



$t = 0$ Lichtblitz in O und O'

$$\boxed{x = c \cdot t}$$

$$\boxed{x' = c \cdot t'}$$

$c = \text{const}$

t': Eigenzeit

← (A)

Zusammenhang zwischen x und x':

Klass. $x' = x - v \cdot t$ $\Longrightarrow$ Konstante
$x = x' + v \cdot t'$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma\,(x - v \cdot t) \\ x &= \gamma\,(x' + v \cdot t') \end{aligned}}$$

↖ (B)

Wir führen Konstante γ ein, so daß $c = \text{const}$ erfüllt wird.

(A) + (B):

$$ct' = \gamma(c - v) \cdot t$$

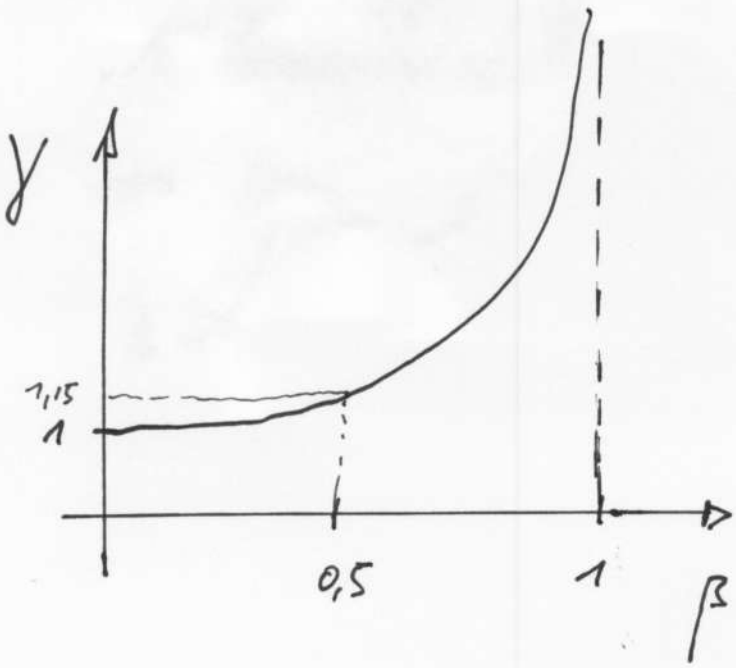
$$ct = \gamma(c + v) \cdot t'$$

Multiplikation ↳

$$c^2 t t' = \gamma^2 (c-v)(c+v) \cdot t t'$$

$$\gamma^2 = \frac{c^2}{(c-v)(c+v)}$$

$$\boxed{\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\beta = v/c$$

Wie transformiert t' ?

aus $x = \gamma\,(x' + v\cdot t')$ folgt:

$$t' = \frac{1}{v}\left(\frac{x}{\gamma} - x'\right) = \frac{1}{v}\left(\frac{x}{\gamma} - \gamma\cdot(x - v\cdot t)\right)$$

$$= \gamma\left(t - \frac{x}{v}\left[1 - \frac{1}{\gamma^2}\right]\right)$$

$$= \gamma\left(t - \frac{v\cdot x}{c^2}\right)$$

Zusammen: Lorentztransformationen:

$$\boxed{x' = \frac{x - v\cdot t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad y' = y\,,\quad z' = z \quad \text{(nicht gezeigt)} \qquad t' = \frac{t - \frac{v\cdot x}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

<u>Grenzfall $v \ll c$</u> $\quad \gamma(v) \approx 1$

$\rightarrow$ Galilei Transformation $\quad x' = x - vt$

$\rightarrow$ Geschw. Add. Theorem $\quad v_x' = \frac{dx'}{dt'}$

$$v_y' = \frac{dy'}{dt'}$$

Spez. R.T. erste große "Vereinigungstheorie":

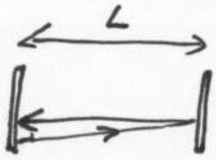
- Raummetrik, Zeitmetrik → Raumzeitmetrik
- Masseerhaltung, Energieerhaltung → Energie-Masse-Erhaltung
- el. Feld, magn. Feld → el. magn. Feld

Zeitdilatation:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}\cdot x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

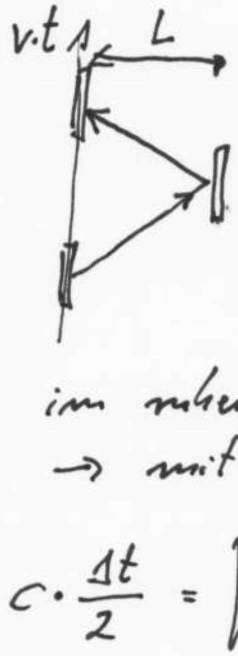
Zeit u. Raum nicht unabh.

Einsteins Lichtuhr



$$\Delta t' = \frac{2L}{c}$$

im bewegtem System
→ ruhende Uhr



im ruhenden System
→ mit $v \neq 0$ bewegte Uhr

$$c\cdot\frac{\Delta t}{2} = \sqrt{L^2 + \left(v\cdot\frac{\Delta t}{2}\right)^2}$$

$$c^2 \Delta t^2 = (2L)^2 + v^2 \Delta t^2$$

$$\Delta t = \underbrace{\frac{2L}{c}}_{\Delta t'} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \Delta t' \cdot \gamma$$

$$\boxed{\Delta t = \Delta t' \cdot \gamma}$$

Zeitdilatation

Experimentelle Beispiele:

Zerfall von Myonen $\mu \xrightarrow{\tau = 1{,}52\,\mu s} e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ + Energie

"schweres Elektron" $m_{\mu_E} \approx 200\, m_e$

im CERN: Myonenspeicherring mit $v_\mu = 0.9994 \cdot c$

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1.52\ \mu s}{\sqrt{1 - 0{,}99942^2}} = 44{,}6\ \mu s$$

Halbwertszeit um Faktor 29.4 verlängert.

"Rasche Bewegung wirkt lebensverlängernd"

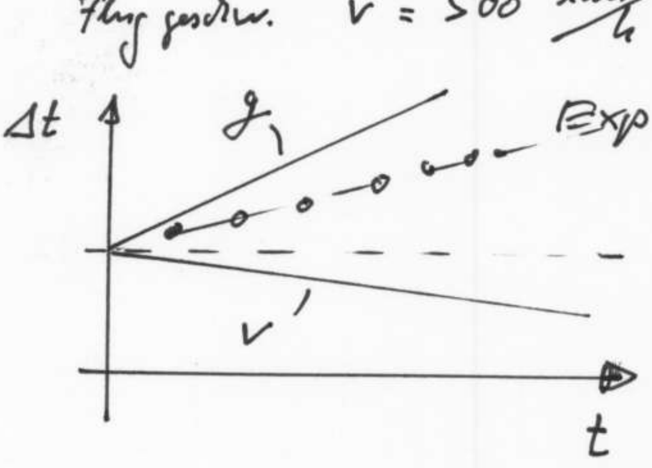
Atomuhren im Flugzeug (Maryland-Experiment, 1975)

Flughöhe $h = 10$ km

Flugdauer $\Delta t = 15$ Std

Fluggeschw. $v = 500\ \frac{km}{h}$

$$t = t_R \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \simeq t_R \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right)$$



Geschw. Effekt

$$\Delta t_v = t - t_R = -\frac{v^2}{2c^2}\, t_R$$

Gravitationseffekt (ART)

$$\Delta t_g = + \frac{g \cdot h}{c^2}\, t_R$$

Maryland: Gravitationseffekt überwiegt
→ Uhren gehen schneller.