

# Wiederholung

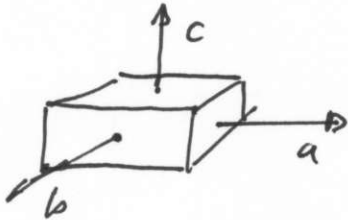


$$E_{kin} = \frac{1}{2} M v_s^2 + \frac{1}{2} I_s \omega^2$$

$$\vec{L} = \underline{\underline{I}} \vec{\omega} \quad \text{Trägheitstensor}$$

$$\tilde{I} = \begin{pmatrix} I_a & 0 & 0 \\ 0 & I_b & 0 \\ 0 & 0 & I_c \end{pmatrix}$$

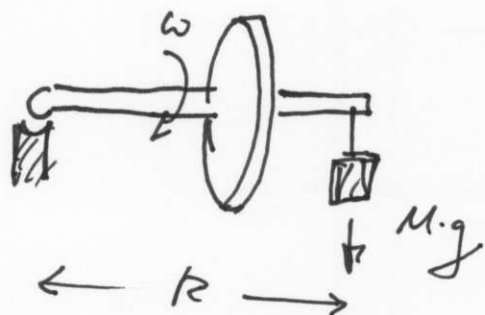
Hauptachsenform



Drehimpulsachse (stabil)  
Drehachse  
Figurenachse

"Kräftefrei" Krümel  $\rightarrow$  Nutation

# Weisel unter Einfluß eines äußeren Drehmoments



"schwerer Weisel"

$$\vec{D} = \vec{R} \times \vec{F} = \vec{R} \times \mu \cdot \vec{g}$$

von oben gesehen :



$$\vec{D} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$dL = \vec{D} dt$$

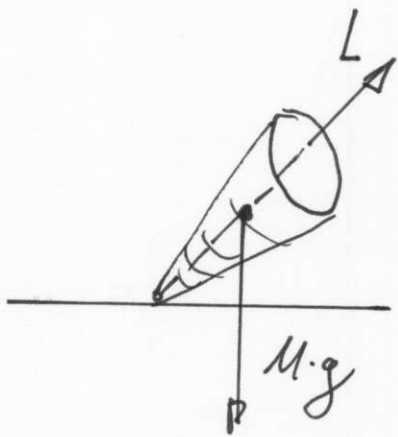


$$\alpha = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{D}{L}$$

Präzessionsbewegung

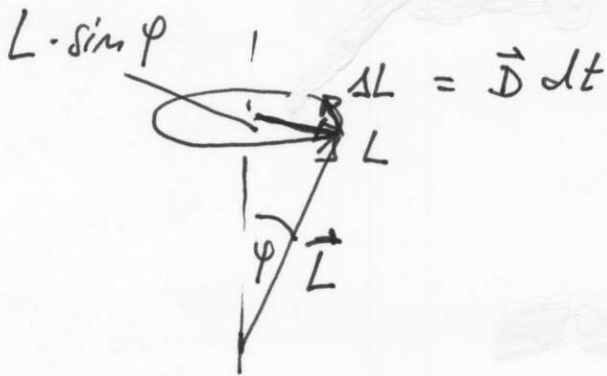
Leichter Kreisel



"Schwerer Kreisel"

Drehung um Figurenachse:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$



$$D = M \cdot g \cdot R \cdot \sin \varphi$$

$dL \perp L$   $\vec{L}$  beschreibt Kreis in horizontaler Ebene

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{D}{L} = \frac{M \cdot g \cdot R \cdot \sin \varphi}{L \cdot \sin \varphi} = \frac{M \cdot g \cdot R}{L}$$

Präzessionsfrequenz unabhängig vom Neigungswinkel!

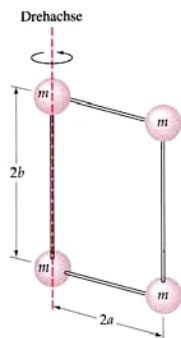
Überlagerung von Präzession und Nutation:



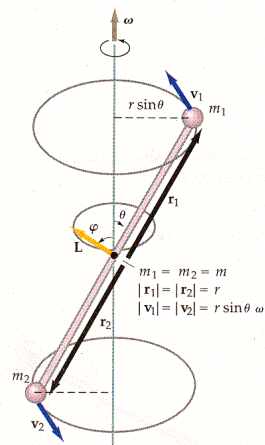
Bahn der Figurenachse

## Statisches und dynamisches Ungleichgewicht

Feste Drehachse  
außerhalb des Schwerpunktes

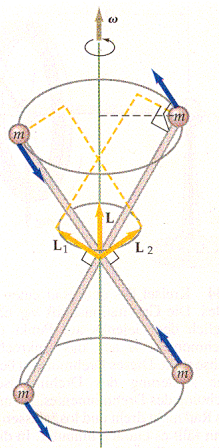


Konstanter Drehimpuls, aber es wirken (Zentrifugal)-Kräfte auf die Achse: **statisches Ungleichgewicht**



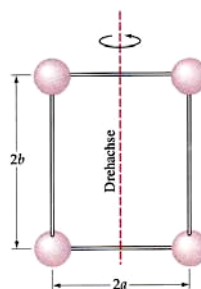
Das System übt Drehmoment auf Lager aus: Drehimpulsvektor rotiert => **dynamisches Ungleichgewicht**

## Symmetrieachsen und freie Achsen

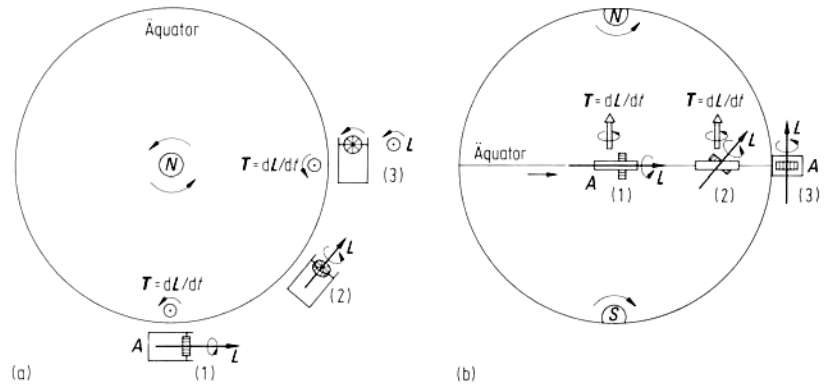


Die symmetrische Anordnung ist dynamisch ausbalanciert.  $L$  steht parallel zu  $\omega$ .

Freie Drehachse

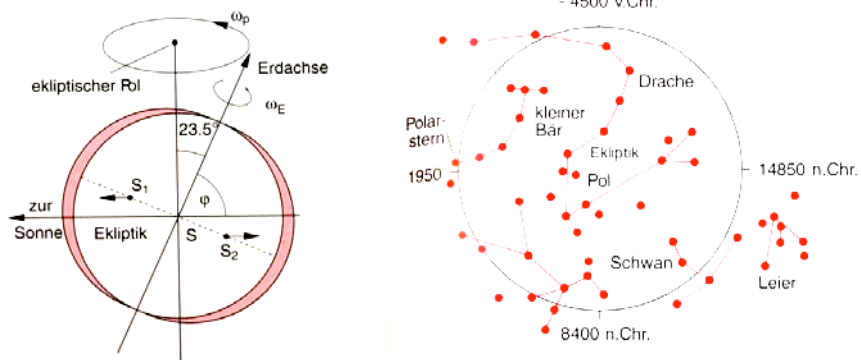


## Der Kreiselkompass



Die Erdrotation übt ein Drehmoment auf den Kreisel aus, solange bis dieser in Nord-Süd Richtung ausgerichtet ist.

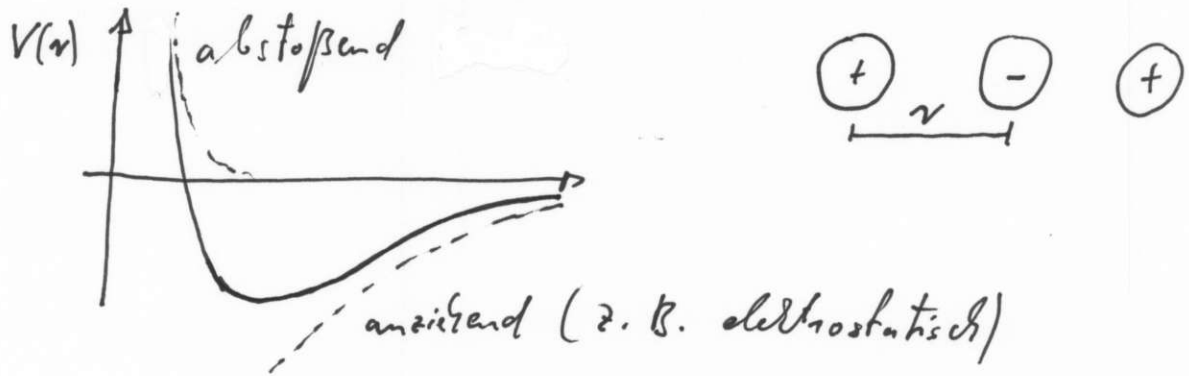
## Die Erde als Kreisel



Aufgrund der Abweichung von der Kugelform wirkt ein Drehmoment auf die Erde, welches zu einer Präzession der Erdachse um den ekliptischen Pol führt. Die Umlaufzeit der Präzession beträgt  $26\,000$  Jahr (platonisches Jahr)

# Mechanik deformierbare Körper (Elastizität)

Im Festkörper keine starren Verbindungen  
sondern Wechselwirkungspotentiale:



Taylorentwicklung um Gleichgewichtslage

$$V(r-r_0) = V(r_0) + \frac{1}{2} V''(r_0) (r-r_0)^2 + \dots$$

$$F = - \frac{\partial V(r)}{\partial r} = - V''(r_0) \cdot (r-r_0)$$

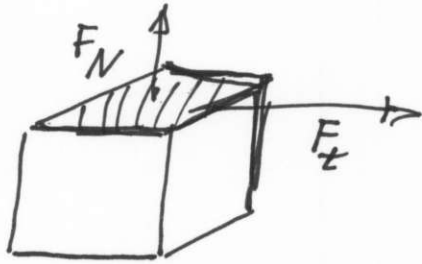
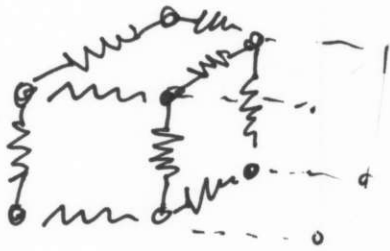
$$F = - D_F \cdot (r-r_0)$$

Hooke'sches Gesetz

$D_F$ : Federkonstante

# Festkörper:

# Elastizitätslehre



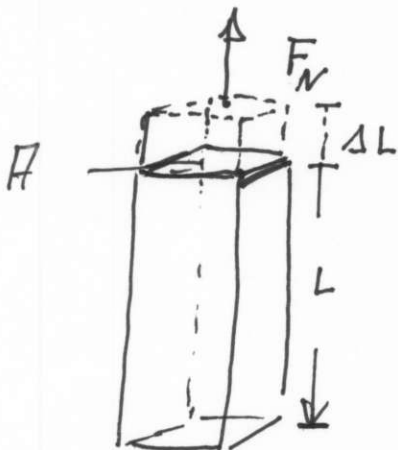
Mechanische Spannung

$$\sigma = \frac{\text{angreifende Kraft}}{\text{Fläche}}$$

Normalspannung  $\vec{\sigma} = \frac{F_N}{A}$

Schubspannung  $\tau = \frac{F_t}{A}$

## Dehnung (Zug unter Normalspannung)



$$\vec{\sigma} \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad \text{Dehnung}$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Zug  
(Spannung)

Elastizitäts-  
modul

Verformung  
(Dehnung)

$$F_N = A \cdot \sigma = \left( \frac{A \cdot E}{L} \right) \cdot \Delta L$$

$$F_N = D_F \cdot \Delta L \quad (\text{Hook'sches Gesetz})$$