

4. Übungsblatt Theoretische Physik im Querschnitt

11.11.2010

1: Zustandssumme des idealen Gases

Zeigen Sie, dass die Anzahl der quantenmechanischen Zustände N_E mit Energie kleiner oder gleich E für großes N_E identisch ist mit dem klassischen Phasenraumvolumen $V_{PR}(E)$ dividiert durch $(2\pi\hbar)^{3N}$ (also N Teilchen im dreidimensionalen Raum). Was ist der Effekt der Ununterscheidbarkeit der Teilchen?

Hinweis: Verwenden Sie freie Teilchen in einem Würfel mit dem Volumen $V = L^3$, wobei in einer Dimension für ein Teilchen die quantenmechanischen Eigenzustände gegeben sind durch

$$|n\rangle = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(k_n x) \quad \text{mit} \quad k_n = \frac{\pi}{L} n, \quad (n = 1, 2, \dots)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m}$$

2: Quantenmechanische Behandlung des Drucks des idealen Gases

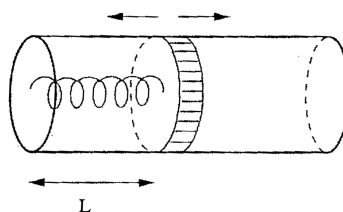
Zeigen Sie, dass analog zur klassischen Behandlung auch in einer quantenmechanischen Behandlung gilt:

$$P = \frac{2}{3} \frac{E}{V}.$$

Verwenden Sie hierzu die Hinweise zu Aufgabe 1) und $P = -\frac{\partial E}{\partial V}$.

3: Ideales Gas

Ein thermisch isolierter Zylinder (Querschnitt A) wird durch einen beweglichen Kolben geteilt, der mit einer Feder (Federkonstante k , Ruhelänge L_0) an der linken Seite befestigt ist.



Der Kolben sei zunächst im Abstand $L = L_0$ fixiert. Links vom Kolben befinden sich N Mol eines idealen Gases mit Temperatur T_0 , die rechte Seite ist evakuiert. Nun wird die Arretierung des Kolbens entfernt.

Berechnen Sie Volumen und Temperatur des Gases, nachdem sich wieder ein Gleichgewicht eingestellt hat, wie folgt:

- a. Bestimmen Sie die innere Energie U des Gases im Endzustand mit Hilfe der Energieerhaltung.
- b. Maximieren Sie die Entropie

$$S = \text{const.} + cNR \ln U + NR \ln V$$

im Endzustand bezüglich der Auslenkung ΔL des Kolbens.

- c. Bestimmen Sie hieraus V und T .