LMU München

Lehrstuhl für Theoretische Nanophysik
Dr. A. Weichselbaum
Dr. F. Heidrich-Meisner

WS 2010/2011

Abgabe: 30.11.2010, 10:15h

6. Übungsblatt Theoretische Physik im Querschnitt

25.11.2010

1: Drossel-Prozess

Mit dem Drossel- oder Joule-Thomposon-Prozess werden Gase verflüssigt. Ein Gasstrom mit einem Volumen V wird durch eine Drossel oder eine poröse Membran gepresst und ändert dabei seine Temperatur T, seine innere Energie U und seinen Druck p. Man kann zeigen, dass bei diesem Prozess die Enthalpie $H(S,p) = U + pV$ konstant bleibt.

a. Zeigen Sie für den Spezialfall des idealen Gases, dass die Temperatur bei diesem Prozess konstant bleibt.

b. Leiten Sie für den allgemeinen Fall die folgende Beziehung zwischen der Druckabhängigkeit der Entropie S und der Temperaturabhängigkeit des Volumnes V her:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p .$$

Betrachten Sie dazu die freie Enthalpie $G(T,p)$.

c. Aus der Wärmekapazität C_p und dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ kann man berechnen, ob und wie stark sich die Temperatur des Gases beim Drossel-Prozess abkühlt. Zeigen Sie dazu mit Hilfe der vorigen Gleichung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{V}{C_p}(T\alpha - 1).$$

2: Carnotprozess mit Photonengas

In dieser Aufgabe soll der Carnotprozess betrachtet werden, also ein Kreisprozess, der aus je zwei adiabatischen und zwei isothermen Abschnitten im Wechsel besteht. Statt des idealen Gases als üblichem Arbeitsmedium soll hier jedoch ein Photonengas betrachtet werden. Für das Photonengas gelten die thermische Zustandsgleichung $p = (\sigma/3)T^4$ und die kalorische Zustandsgleichung $U = 3pV$, wobei σ die Stefan-Boltzmann-Konstante ist.

a. Leiten Sie mit Hilfe des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik die Beziehung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{ad} = -\frac{p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T}{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V}$$

her, wobei der Index „ad“eine adiabatische Zustandsänderung andeutet.

b. Zeigen Sie, dass eine adiabatische Zustandsänderung des Photonengases durch $TV^{\gamma} = const.$ gegeben ist und bestimmen Sie den Exponenten γ.

c. In welchen zwei der vier Arbeitsschritte wird Wärme zwischen dem System und einem der beiden Wärmebäder ausgetauscht? Berechnen Sie unter Verwendung der Tatsache, dass die Entropie eine Zustandsgröße darstellt, das Verhältnis der ausgetauschten Wärmemengen. Drücken Sie den Wirkungsgrad durch diese Wärmemengen aus, und bestimmen Sie seine Abhängigkeit von den Temperaturen der beteiligten Wärmebäder. Wie vergleicht sich dieses Ergebnis mit dem Wirkungsgrad, der sich für ein ideales Gas als Arbeitsmedium ergibt?

3: Temperaturabhängigkeit des Dampfdrucks

Wir betrachten ein aus einer flüssigen Phase (1) und einer gasförmigen Phase (2) bestehendes System entlang der Koexistenzkurve.

a. Welche Zustandsgrößen in den beiden Phasen sind entlang der Koexistenzkurve gleich?

b. Bei Verschiebung entlang der Koexistenzkurve ändern sich die spezifischen freien Enthalpien $g_i(p_i, T_i)$ in gleicher Weise: $\mathrm{d}g_1 = \mathrm{d}g_2$. Leiten Sie darus die Beziehung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} - \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1}$$

her, wobei s_i und v_i die spezifische Entropie bzw. das spezifische Volumen in der Phase i bedeuten.

c. Aus dem Resultat der Teilaufgabe b) lässt sich die Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{q}{T(v_2 - v_1)}$$

herleiten. Geben Sie die physikalische Bedeutung von q an und begründen Sie Ihre Antwort.

d. Im Folgenden soll das spezifische Volumne v_1 der flüssigen Phase vernachlässigt werden. In der Gasphase sei das System als ideales Gas beschreibbar. Zeigen Sie mit Hilfe der Clausius-Clapeyron-Gleichung, dass die Temperaturabhängigkeit des Dampfdrucks durch

$$p(T) = p(\infty) \exp(-\frac{A}{T})$$

geben ist. Was ergibt sich für den Parameter A?