LMU München

WS 2010/2011

Lehrstuhl für Theoretische Nanophysik
Dr. A. Weichselbaum
Dr. F. Heidrich-Meisner

Abgabe: 7.12.2010, 10:15h

7. Übungsblatt Theoretische Physik im Querschnitt

1.12.2010

1: Trockenadiabate

Erfahrungsgemäß nehmen Druck und Temperatur in der Atmosphäre mit zunehmender Höhe z ab. Diese Abnahme kann durch ein einfaches Modell beschrieben werden, bei dem sich ein ideales Gas im Schwerfeld adiabatisch abkühlt.

a. Betrachten Sie ein infinitesimales Höhenelement $\mathrm{d}z$ und leiten Sie aus dem Druckgleichgewicht im Schwerefeld (Erdbeschleuningung g, Massendichte der Luft ρ) mit Hilfe der idealen Gasgleichung für den Zusammenhang zwischen Druck p und Teilchendichte $n = \rho/m$ eine Gleichung für den Druckgradienten $\mathrm{d}p/\mathrm{d}z$ her.

b. Lösen Sie diese Differentialgleichung explizit unter der (unrealistischen) Annahme einer konstanten Temperatur T. Berechnen Sie explizit die Höhendifferenz Δz, auf der $p(z)$ bei $T = 300\mathrm{K}$ auf einen Faktor $1/e$ abnimmt ($m = 2.6 \times 10^{-26}$ kg ist die Masse von Sauerstoff und $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K).

c. Leiten Sie für eine reversible, adiabatische (also isentrope) Expansion eines idealen Gases mit f Freiheitsgraden eine Beziehung zwischen der relativen Druckänderung $\mathrm{d}p/p$ und der relativen Temperaturänderung $\mathrm{d}T/T$ her.

d. Bestimmen Sie aus der differentiellen Druckabnahme $\mathrm{d}p$ mit der Höhe im Schwerefeld g aus Teilaufgabe (a) den Wert des trockenadiabatischen Temperaturgradienten $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z$ bei der isentropen Expansion eines idealen Gases. Berechnen Sie $\mathrm{d}T/\mathrm{d}z$ explizit (in Einheiten Grad pro 100m Höhendifferenz) für Sauerstoff als zweiatomiges Gas mit $f = 5$ Freiheitsgraden.

2: Polarisierung und Temperaturänderung

Ein dielektrisches System befinde sich in einem elektrischen Feld E und sei charakterisiert durch eine Polarisation

$$P = \alpha \frac{T_C}{T - T_C} E$$

und eine Wärmekapazität (bei konstantem Feld E)

$$C_E = c \frac{T_C^2}{(T - T_C)^2}.$$

T_C, c und α sind positive Konstanten. Der erste Hauptsatz lautet für dieses System

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S + E\mathrm{d}P$$

(entsprechend der Relation $\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$ für ein kompressibles System).

a. Welches ist das thermodynamische Potential mit den natürlichen Variablen T und E? Beweisen Sie die Maxwell-Relation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_E .$$

b. Zeigen Sie, dass die Änderung der Wärmemenge im dielektrischen System bei einem quaistatischen Prozess gegeben ist durch

$$\delta Q = C_E \mathrm{d}T + T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_E \mathrm{d}E.$$

c. Falls kein Wärmeaustausch zwischen dem dielektrischen System und der Umgebung stattfindet, lautet die Differentialgleichung für die Temperatur $T(E)$ des dielektrischen Systems

$$\left(\frac{\partial T}{\partial E}\right)_S = \frac{\alpha}{c}\frac{T}{T_C}E.$$

Zeigen Sie dies.

d. Das dielektrische System habe eine Anfangstemperatur T_0 und befinde sich in einem Feld $E = E_0$. Dieses Feld werde so schnell abgeschaltet, dass kein Wärmeaustausch zwischen dem dielektrischen System und der Umgebung stattfinden kann, aber so langsam, dass der Prozess als quasistatisch behandelt werden kann.

Bestimmen Sie die Temperatur T_1 des dielektrischen Systems nach Abschalten des Feldes. Nimmt die Temperatur zu oder ab?

3: Kühlung durch Entmagnetisierung

Ein magnetisches System befinde sich in einem Magnetfeld H und sei charakterisiert durch eine Magnetisierung

$$M = \gamma \frac{H}{T}$$

und eine Wärmekapazität (bei konstantem Feld H)

$$C_H = \gamma \frac{H_r^2 + H^2}{T^2}.$$

H_r und γ sind Konstanten. Der erste Hauptsatz lautet

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S + H\mathrm{d}M$$

(entsprechend der Relation $\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$ für ein kompressibles System).

a. Welches ist das thermodynamische Potential mit den natürlichen Variablen T und H? Beweisen Sie die Maxwell-Relation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H .$$

b. Zeigen Sie, dass die Änderung der Wärmemenge im magnetischen System bei einem quasistatischen Prozess gegeben ist durch

$$\delta Q = C_H \mathrm{d}T + T \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H \mathrm{d}H.$$

c. Falls kein Wärmeaustausch zwischen dem magnetischen System und der Umgebung stattfindet, lautet die Differentialgleichung für die Temperatur T(H) des magnetischen Systems

$$\left(\frac{\partial T}{\partial H}\right)_S = \frac{HT}{H_r^2 + H^2}.$$

Zeigen Sie dies.

d. Das magnetische System habe eine Anfangstemperatur T_0 und befinde sich in einem Feld $H = H_0$. Dieses Feld werde so schnell abgeschaltet, dass kein Wärmeaustausch zwischen dem magnetischen System und der Umgebung stattfindet, aber so langsam, dass der Prozess als quasistatisch behandelt werden kann. Wie groß ist die Temperatur T_1 des magnetischen Systems nach Abschalten des Feldes? Nimmt die Temperatur zu oder ab?