LMU München

Lehrstuhl für Theoretische Nanophysik
Dr. A. Weichselbaum
Dr. F. Heidrich-Meisner

WS 2010/2011

Abgabe: 11.1.2011, 10:15h

10. Übungsblatt Theoretische Physik im Querschnitt

23.12.2010

1: Magnetfeld einer Stromverteilung

Gegeben sei ein zylinderförmiger Leiter vom Radius R, durch welchen ein homogen verteilter Strom I fließt. Wählen Sie Zylinderkoordinaten r, φ, z mit der z-Achse in Richtung der Zylinderachse.

a. Begründen Sie, dass die magnetische Induktion $\boldsymbol{B}$ nur eine φ-Komponente hat.

b. Bestimmen Sie und skizzieren Sie die Ortsabhängigkeit der magnetischen Induktion $B_\varphi(r)$ innerhalb und außerhalb des Zylinders.

   Gegeben sei nun ein Hohlzylinder mit innerem Radius R_1 und äußerem Radius R_2, welcher vom Strom I in z-Richtung durchflossen wird.

c. Bestimmen Sie die Stromdichte j. Bestimmen Sie unter Verwendung des Ergebnisses von Teilaugabe b) die magnetische Induktion $B_\varphi(r)$. Skizzieren Sie die Ortsabängigkeit von $B_\varphi(r)$.

d. Betrachten Sie den Grenzfall $d = R_2 - R_1 \to 0$: Bestimmen Sie die magnetische Induktion für eine sehr dünne Zylinderwand ($d \ll R_1, R_2$). Was folgt daraus für den Sprung der magnetischen Induktion an einer stromdurchflossenen Grenzfläche?

2: Magnetischer Dipol und Induktion

Gegeben sei ein Vektorpotential $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ eines bei $\boldsymbol{r} = 0$ lokalisierten Dipols mit Moment $\boldsymbol{m}$

$$\frac{4\pi}{\mu_0}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

a. Berechnen Sie aus $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ die magnetische Induktion $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ für $\boldsymbol{r} \neq 0$.

b. Skizzieren Sie für den Fall $\boldsymbol{m} = m\boldsymbol{e}_z$ das B-Feld in der (x, z)-Ebene ($y = 0$).

c. Parallel zur (x, y)-Ebene liegt eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius R und Mittelpunkt $(0, 0, z_0)$. Wie groß ist der Fluss Φ des Dipolfelds mit $\boldsymbol{m} = m\boldsymbol{e}_z$ durch diese Schleife?

d. Nun werde der Dipol ($\boldsymbol{m} = m\boldsymbol{e}_z$) mit gleichförmiger Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{e}_z$ auf der z-Achse bewegt. Berechnen Sie die in der Leiterschleife induzierte Spannung $U(t)$ und skizzieren Sie deren Verlauf.

3: Hohlleiter

Gegeben sei ein von ideal leitenden ($\sigma \to \infty$) metallischen Wänden begrenzter, undentlich langer Hohlleiter quadratischen Querschnitts (innere Querschnittsfläche a^2). Im Inneren des Hohlleiters herrsche Vakuum. Die Achse des Hohlleiters zeige in z-Richtung.

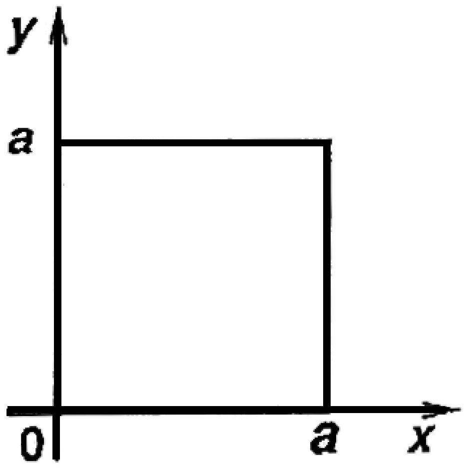

Figure 1: Querschnitt des Hohlleiters

Abbildung (1) zeigt einen Querschnitt durch den Hohlleiter und definiert das Koordinatensystem. Im Folgenden soll die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Inneren des Hohlleiters untersucht werden.

a. Wie lauten die Maxwell-Gleichungen im ladungs- und stromfreien Vakuum?

b. An ideal leitenden, metallischen Oberflächen gilt die Randbedingung verschwindender Parallelkomponente des elektrischen Feldes. Begründen Sie diese Randbedingung.

c. Das elektrische Feld, $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$, habe im Inneren des Hohlleiters die Form

$$E_x(x, y, z) = E_0 \sin \frac{\pi y}{a} \cos(kz - \omega t), \qquad E_y = E_z = 0.$$

Wie groß ist die Ladungsdichte im Inneren des Hohlleiters?

d. Berechnen Sie unter Benutzung der Maxwell-gleichungen die Zeitableitung der orts- und zeitabhängigen mgnetischen Induktion

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{B}(x, y, z, t)$$

im Inneren des Hohlleiters.