LMU München

WS 2010/2011

Lehrstuhl für Theoretische Nanophysik
Dr. A. Weichselbaum
Dr. F. Heidrich-Meisner

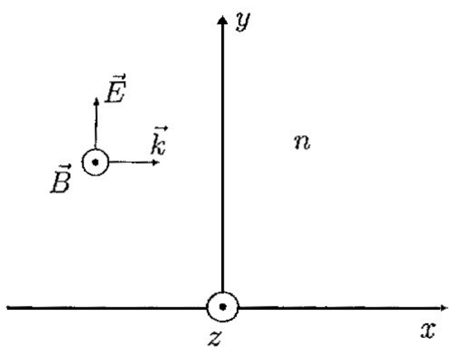
Abgabe: 18.1.2011, 10:15h

11. Übungsblatt Theoretische Physik im Querschnitt

13.1.2011

1: Reflexion

Die Ebene $x = 0$ sei die Grenzfläche zwischen dem Vakuum (Halbraum $x < 0$) und einem Dielektrikum (Halbraum $x > 0$) mit konstantem Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon} > 1$ und Permeabilität $\mu = \mu_0$. Ein in x-Richtung einfallender Lichtstrahl (monochromatische ebene Welle) mit Frequenz ω, Wellenzahl $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{e}_x k$ und elektrischem Feld $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{e}_y E$ treffe aus dem Vakuum senkrecht auf die Grenzfläche.



Die elektrischen und magnetischen Felder der einfallenden Welle $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B})$, der transmittierten Welle $(\boldsymbol{E}', \boldsymbol{B}')$ und der reflektierten Welle $(\boldsymbol{E}'', \boldsymbol{B}'')$ können geschrieben werden als

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e}_y E_0 e^{i(kx-\omega t)}, \quad \boldsymbol{E}'(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e}_y E_0' e^{i(nkx-\omega t)}, \quad \boldsymbol{E}''(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e}_y E_0'' e^{i(-kx-\omega t)}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e}_z B_0 e^{i(kx-\omega t)}, \quad \boldsymbol{B}'(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e}_z B_0' e^{i(nkx-\omega t)}, \quad \boldsymbol{B}''(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e}_z B_0'' e^{i(-kx-\omega t)}. \tag{2}$$

a. Benutzen Sie das Induktionsgesetz $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}$, um den Zusammenhang zwischen E_0 und B_0 (E_0' und B_0', E_0'' und B_0'') herzuleiten.

b. Berechnen Sie die Amplituden der transmittierten Welle E_0' und der reflektierten Welle E_0'' als Funktionen von n und E_0.

   Hinweis: Für die vorgegebene Geometrie sind die elektrischen und magnetischen Felder beide *stetig* and der Grenzfläche.

c. Sind die elektrischen Felder der einfallenden und reflektierten Wellen parallel oder antiparallel zueinander?

d. Die Intensitäten der einfallenden, transmittierten und reflektierten Wellen können wie folgt durch die entsprechenden Energiestromdichten ausgedrückt werden:

$$I = \frac{1}{2\mu_0}|\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}^*|, \quad I' = \frac{1}{2\mu_0}|\boldsymbol{E}' \times \boldsymbol{B}'^*|, \quad I'' = \frac{1}{2\mu_0}|\boldsymbol{E}'' \times \boldsymbol{B}''^*|.$$

Berechnen Sie $T = I'/I$ und $R = I''/I$, d.h. die transmittierte bzw. reflektierte Intensität bezogen auf die einfallende Intensität.

e. Was muss für $R + T$ gelten und warum? Überprüfen Sie diese Beziehung mit dem Ergebnis von d).

3: Penning-Falle

Ein Elektron mit Ladung $q = -e$ bewege sich in einem statischen homogenen Magnetfeld $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{e}_z$ und einem ebenfalls statischen, aber inhomogenen elektrischen Feld $\boldsymbol{E}$, das durch ein Quadrupolpotential

$$\Phi(x, y, z) = \frac{U_0}{2r_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2) \quad \text{mit} \quad U_0 > 0$$

gegeben ist.

a. Lösen Sie die nichtrelativistische Bewegungsgleichung für die *Geschwindigkeit* des Elektrons zunächst für $U_0 = 0$ und für eine Bewegung in der (x, y)-Ebene, und bestimmen Sie die dazugehörige Frequenz ω_C.

b. Berechnen Sie das elektrische Feld aus dem gegebenen Quadrupolpotential, und verifizieren Sie, dass $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0$ gilt.

c. Zeigen Sie, dass bei einer Bewegung entlang der z-Achse das Magnetfeld keinen Einfluss hat, und bestimmen Sie die Frequenz ω_z der harmonischen Schwingungen entlang dieser Achse im elektrischen Quadrupolfeld.

d. Lösen Sie die vollständigen Bewegungsgleichungen in der (x, y)-Ebene durch einen Ansatz $x(t) = A\cos(\omega_M t)$ und $y(t) = A\sin(\omega_M t)$ von Kreisbahnen um den Ursprung. Berechnen Sie die dazugehörige so genannte Magnetron-Frequenz ω_M ausgedrückt durch ω_C und ω_z. Wann ist diese Bewegung stabil?