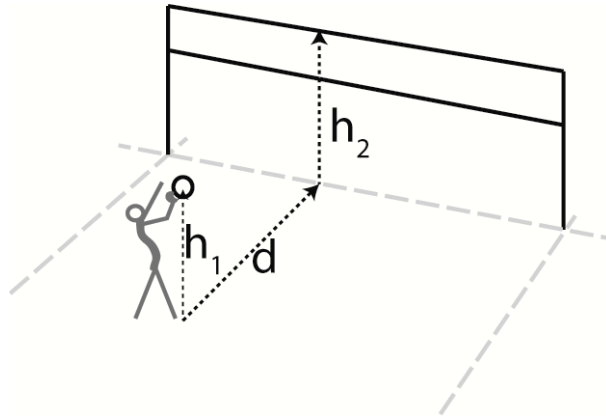


Aufgabe 1. Volleyball

(10 Punkte)

Eine Volleyball-Spielerin macht einen Aufschlag, so dass der Ball *im höchsten Punkt* seiner Flugbahn die Netzkante gerade berührt. Es sei d der Abstand der Spielerin vom Netz, h_1 die Höhe des Abschlagpunktes und $h_2 > h_1$ die Höhe des Netzes.

(Die Ausdehnung des Balls soll vernachlässigt werden. Die Erdbeschleunigung sei g)

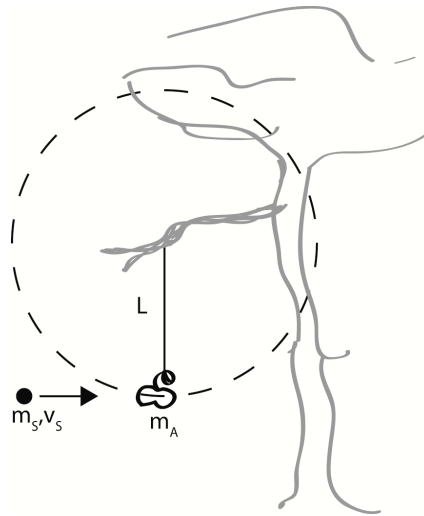


- Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem. Skizzieren Sie die Flugbahn mit Scheitelpunkt in dem von Ihnen gewählten Koordinatensystem in einer separaten Zeichnung. Geben Sie nun eine Gleichung für die Bahnkurve des Balls an! **(5 P.)**
- Bestimmen Sie den Winkel α und die Geschwindigkeit mit welcher der Ball die Hand verlässt als Funktion von h_1 , h_2 und d ? **(5 P.)**

Name: _____

Aufgabe 2. Apfel-Looping

(10 Punkte)



Ein Stein aus einer Steinschleuder trifft auf einen Apfel, der an einem Faden (Länge $L=40\text{cm}$) an einem Baum hängt. Er bleibt im Apfel stecken ($m_A=195\text{g}$, $m_S=15\text{g}$, $v_S=60\text{ m/s}$).

- a) Welche Geschwindigkeit hat der Apfel nach dem Stoß? **(3 P.)**
- b) Reicht diese Geschwindigkeit um den Apfel am gespannten Faden auf einer Kreisbahn zu halten (Reibungseffekte sind zu vernachlässigen)? **(7 P.)**

Name: _____

Aufgabe 3. Gravitationsfeld

(15 Punkte)

Stellen Sie sich vor, Sie bohren zentral durch die ganze Erde, die als rund mit Radius $R = 6400$ km angenommen wird, und lassen einen Stein der Masse m in dieses Loch fallen ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$).

- a) Welche Abstandsabhängigkeit hat die Gravitationskraft $F_G(r)$ im Inneren der Erde bei homogener Massenverteilung? (r sei der Abstand vom Erdmittelpunkt) **(5 P.)**
[Hinweis: $F_G(r)$ muss auf der Erdoberfläche die Ihnen bekannte Schwerkraft ergeben.]
- b) Wie groß ist die Maximalgeschwindigkeit des Steins im Inneren der Erde? **(5 P.)**
- c) Wie lange braucht der Stein, bis er auf der anderen Seite des Tunnels ankommt? **(5 P.)**
[Überlegen Sie hierzu, welche charakteristische Bewegung aus Teilaufgabe a) folgt.]

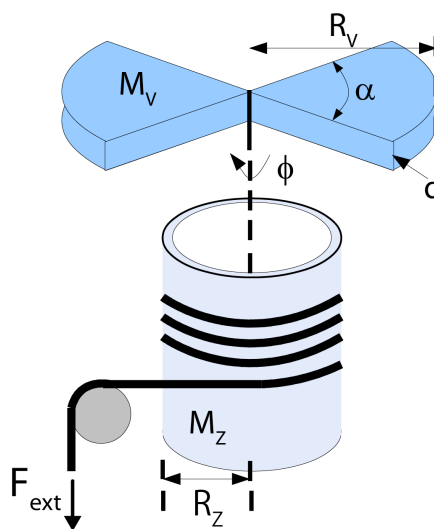
Name: _____

Aufgabe 4. Gravitationsgetriebener Ventilator

(15 Punkte)

Betrachten Sie die in der Abbildung dargestellte Anordnung aus einem dünnwandigen Hohlzylinder der durch eine konstante Zugkraft über ein masseloses Seil aus der Ruhe in Drehung versetzt wird.

(Radius $R_Z = 10\text{cm}$, Masse $M_Z = 1\text{kg}$, $F_{\text{ext}} = 1\text{N}$)



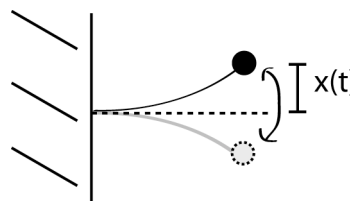
- Wie lautet die Bewegungsgleichung des Drehwinkels $\phi(t)$ für den Hohlzylinder?
(Rechnung **ohne** Ventilatorblatt) **(2 P.)**
- Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht sich der Hohlzylinder ohne Ventilatorblatt, wenn die Beschleunigungsphase eine Sekunde dauert? **(4 P.)**
- Berechnen Sie das zusätzliche Trägheitsmoment der Ventilatorblätter (siehe Zeichnung) durch explizite Integration in Zylinderkoordinaten (Gesamtmasse der beiden Segmente: $M_V = 200\text{g}$, Radius $R_V = 20\text{cm}$, Dicke d und Winkel α). **(6 P.)**
- Wie ändert sich die Bewegungsgleichung aus a), wenn die Zugkraft F_{ext} durch ein Gewicht der Masse m ersetzt wird? **(3 P.)**

Name: _____

Aufgabe 5. Schwingende Blattfeder**(15 Punkte)**

Eine Kugel sei am Ende einer Blattfeder ($\hat{=}$ dünner Balken) befestigt, die in einer Flüssigkeit schwingt (siehe Abbildung). Das System ist durch folgende allgemeine Bewegungsgleichung beschrieben:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$



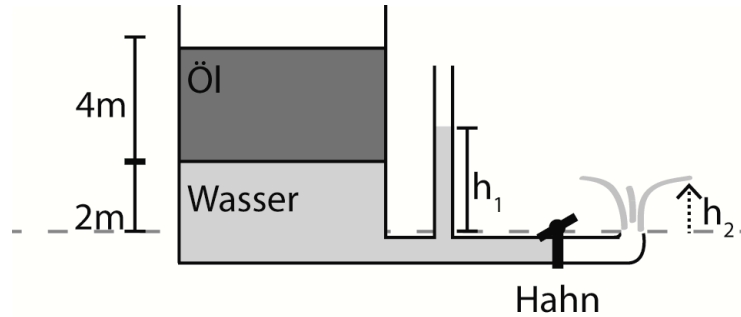
- Zeigen Sie, dass ein Exponentialansatz $x(t) = Ce^{\lambda t}$ die Differentialgleichung löst und geben Sie die komplexe Lösung für $\lambda_{1,2}$ an. **(4 P.)**
- Es sei $\gamma=1 \text{ s}^{-1}$ und $\omega_0=100 \text{ s}^{-1}$: Wie viele Schwingungen macht die Blattfeder, bevor die Amplitude auf $(1/e)^2$ abgeklungen ist? **(6 P.)**
[Benutzen Sie die Näherung: $\omega_0 \gg \gamma$]
- Um welchen Faktor ändert sich die Anzahl der Schwingungen, wenn der Radius der Kugel verdoppelt wird? (Nehmen Sie an, dass die Masse der Kugel konstant bleibt und die Stokesche Reibung der Kugel den Reibungskoeffizienten dominiert.) **(2 P.)**
- Um welchen Faktor ändert sich die Anzahl der Schwingungen, wenn die Länge des Balkens verdoppelt wird? (Nehmen Sie an, dass nur die Kugel zur trägen Masse beiträgt und der Querschnitt und das E-Modul der Blattfeder gleich bleiben) **(3 P.)**

Name: _____

Aufgabe 6. Springbrunnen

(10 Punkte)

Ein großes, offenes Fass sei mit Wasser und Öl gefüllt. Der Abfluss über ein Rohr kann durch einen Hahn unterbrochen werden (siehe Abbildung).



- Bestimmen Sie die Höhe h_1 der Wassersäule bei geschlossenem Hahn. **(3 P.)**
- Mit welcher Geschwindigkeit fließt das Wasser aus der Öffnung rechts vom Hahn, wenn der Hahn geöffnet ist und sich ein Fließgleichgewicht eingestellt hat? Nehmen Sie an, dass es sich um ideale Flüssigkeiten handelt. **(3 P.)**
- Welche Höhe h_2 erreicht die Wasserfontäne? **(2 P.)**
- Welche Höhe der Wassersäule h_1^* stellt sich nach Öffnen des Hahns ein? **(2 P.)**
Annahme: Es sei der Querschnitt der Austrittsöffnung gleich dem Innenquerschnitt des Seitenrohrs [*Ideale Flüssigkeit!*]

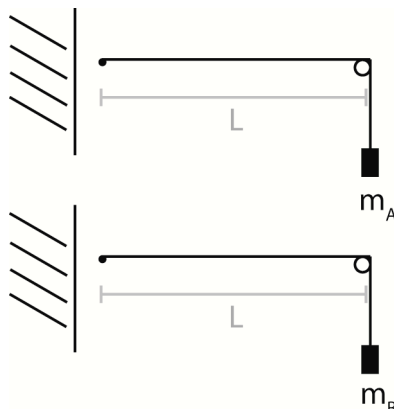
(Verwenden Sie dabei $\rho_{\text{Wasser}}=1000\text{kg/m}^3$, $\rho_{\text{Öl}}=700\text{kg/m}^3$, $g \approx 10\text{m/s}^2$)

Name: _____

Aufgabe 7. Schwingungen und Wellen

(10 Punkte)

Gezeigt sind zwei gespannte Saiten mit gleicher Länge von $L = 30$ cm, aber unterschiedlichen Zugmassen $m_A = 130$ kg, $m_B = 58$ kg.



- Zeichnen Sie die zweite Mode (1. Oberschwingung) für m_A und die dritte Mode für m_B in die obige Skizze ein und geben Sie die dazugehörigen Wellenlängen an. **(2 P.)**
- Für eine gespannte Saite gilt folgende Beziehung zwischen Zugspannung F und Phasengeschwindigkeit: $v = \sqrt{F/\mu}$. Hierbei ist $\mu = 10$ g/m die Masse pro Längeneinheit der Saite. Berechnen Sie die Frequenzen der zweiten Mode für m_A und der dritten Mode für m_B . **(3 P.)**
- Nun werden beide Saiten gleichzeitig angezupft. In der Folge hört man eine Schwebung. Skizzieren Sie diese qualitativ und geben einen allgemeinen mathematischen Ausdruck für die Schwingungsamplitude als Funktion der Zeit an. In welchen Zeitintervallen pulsiert die Lautstärke? **(5 P.)**

Name: _____

Bonusfragen

(9 Punkte)

- a) Zeichnen Sie schematisch die Eigenmoden der Schwingungen des linearen CO_2 Moleküls. **(3 P.)**
- b) Geben Sie eine Definition der Güte (bzw. des Q-Faktors) eines Resonators an. **(3 P.)**
- c) Skizzieren Sie die Präzession eines Kreisels mit Darstellung der Vektoren für Drehimpuls L , Gewichtskraft F und Drehmoment D . **(3 P.)**

Name: _____