

9. Übungsblatt

Besprechung: 19.12.2011

1. Wärmetransport

Ein Mensch hat eine Körperoberfläche von ca.  $2 \text{ m}^2$  und eine Körpertemperatur von  $37^\circ\text{C}$ . Berechnen Sie den Wärmeverlust durch Wärmetransport, der allein durch Wärmestrahlung für einen unbedeckten Menschen in einem Raum mit  $20^\circ\text{C}$  Temperatur auftritt!

(Hinweis:  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$ )

(Lösungswerte: 212 W)

**Lösung:**

Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Wärmestrahlung"

Nach Stefan-Boltzmann-Strahlungsgesetz ist die Strahlungsleistung pro Fläche durch  $\frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$  gegeben. Dabei strahlt der Mensch Wärme in seine Umgebung ab, nimmt zugleich aber auch Wärmestrahlung aus seiner Umgebung auf. Die Differenz der beiden Beiträge ergibt den Wärmeverlust durch Wärmestrahlung

Abstrahlung vom Mensch:  $P_M = A \cdot \sigma \cdot T_M^4 = 2 \text{ m}^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot ((273.15 + 37) \text{ K})^4 \approx 1049 \text{ W}$

Aufnahme aus Raum:  $P_R = A \cdot \sigma \cdot T_R^4 = 2 \text{ m}^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot ((273.15 + 20) \text{ K})^4 \approx 837 \text{ W}$

Damit ist die Wärmeverlustleistung:  $\Delta P = P_M - P_R \approx 1049 \text{ W} - 837 \text{ W} \approx 212 \text{ W}$

2. Osmotischer Druck

Eine isotonische physiologische Kochsalz-Lösung enthält einen Massenanteil von 0.9% NaCl und hat damit den gleichen Salzgehalt wie Blut. Berechnen Sie den osmotischen Druck einer solchen isotonischen Lösung für Körpertemperatur von  $37^\circ\text{C}$ .

(Hinweis: 1 mol NaCl = 58 g)

(Lösungswert: ca. 4 bar)

**Lösung:**

Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Osmose"

Es gilt das Osmose-Druckgesetz:  $p_{\text{osm}} \cdot V = nRT$ , aus dem durch Umstellung  $p_{\text{osm}} = \frac{n}{V} RT = C_{\text{mol}} \cdot RT$  folgt. Hierbei ist  $C_{\text{mol}}$  die molare Konzentration.

Ein Massenanteil von 0.9% bedeutet, dass in 1 kg Wasser 0.9 g NaCl enthalten sind. Da 1 kg Wasser 1 l entspricht, ist damit die Salzkonzentration

$$C = \frac{0.9 \text{ g}}{1 \text{ l}} = \frac{9 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3}$$

Das Molgewicht von NaCl ist laut Hinweis der Aufgabenstellung 58 g/mol. Also ist die molare Konzentration

$$C_{\text{mol}} = \frac{C}{58 \text{ g/mol}} = \frac{9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0.058 \text{ kg/mol}} \approx 155 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

Einsetzen ergibt

$$p_{\text{osm}} = C_{\text{mol}} \cdot RT \approx 155 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot ((273.15 + 37) \text{ K}) \approx 397\,000 \text{ Pa} \approx 4 \text{ bar}$$

3. Wärmetransport, Aggregatzustände

Verdunstungskühlung ist sehr effektiv!

Wenn der Mensch seine Körpertemperatur allein durch die Verdunstung von Wasser regeln müsste, wie viel Wasser muss er verdunsten, um bei einer Energieaufnahme von 8000 kJ am Tag eine konstante Körpertemperatur zu behalten?

Wie hoch wäre die gesamte Wärmemenge, die ein unbedeckter Mensch am Tag allein durch Wärmestrahlung verliert, wenn die Netto-Strahlungsleistung 212 W beträgt.

(Hinweis: Verdampfungswärme von Wasser  $q_W = 2265 \text{ kJ/kg}$ )

(Lösungswerte: 3.5 kg, 18300 kJ)

**Lösung:**

Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Verdampfungswärme"

Unter der Annahme, dass die gesamte aufgenommene Energiemenge in Wärme umgesetzt wird (also keine mechanische Arbeit verrichtet wird), dann steht eine Wärmemenge von 8000 kJ zur Verfügung, die allein zur Verdunstung von Wasser verwendet werden soll. Damit folgt:

$$m_W = \frac{8000 \text{ kJ}}{q_W} = \frac{8000 \text{ kJ}}{2265 \text{ kJ/kg}} \approx 3.5 \text{ kg}$$

Es sind also 3.5 l Wasser zu verdunsten.

Der Wärmeverlust allein durch Strahlung ergibt bei 212 W Abstrahlleistung über einen Tag

$$\Delta Q_{\text{Strahlung}} = 212 \text{ W} \cdot 1 \text{ d} = 212 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 84600 \text{ s} \approx 18.3 \cdot 10^6 \text{ J} = 18300 \text{ kJ}$$

#### 4. Wärmekapazität von Mischungen

Die spezifische Wärmekapazität einer Mischung ergibt sich aus den spezifischen Wärmekapazitäten der Einzelstoffen multipliziert mit ihrem Gewichtsanteil, also für eine Zweistoffmischung gemäß

$$c = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot c_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot c_2$$

Feuchte Luft ist eine Mischung aus trockener Luft  $c_{p,L} = 1.005 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$  und Wasserdampf  $c_{p,W} = 2.08 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ . Berechnen Sie die Wärmekapazität von Luft bei 20°C Temperatur für eine relative Luftfeuchte von 50%. (Hinweis: Der Sättigungs-Wasserdampfdruck bei 20° entspricht einem Wassergehalt der Luft von ca. 18.6 g/m<sup>3</sup>, die Dichte von Luft  $\rho_L = 1.2 \text{ g/l}$ )

(Lösungswerte:  $1.013 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$ )

##### Lösung:

Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen"

Eine relative Luftfeuchtigkeit von  $\varphi = 50\%$  heisst, dass der absolute Dampfdruck  $p_D = \varphi \cdot p_S$  des Sättigungsdampfdrucks  $p_S$  beträgt. Nun mittels Dreisatz: Wenn bei Sättigungsdampfdruck  $p_S$  der Wassergehalt 18.6 g/m<sup>3</sup> beträgt, dann ist bei absolutem Dampfdruck  $p_D$  der Wassergehalt:

$$f_W = 18.6 \cdot \frac{p_D}{p_S} = 18.6 \cdot \varphi = 18.6 \cdot 50\% = 9.3 \text{ g/m}^3.$$

Die im Aufgabentext vorgegebene Formel für die spezifische Wärmekapazität einer Mischung nutzt die Gewichtsanteile der einzelnen Stoffe. Teilt man Zähler und Nenner durch ein "fiktives Volumen"  $V=1 \text{ m}^3$ , so folgt aus der Formel für die Stoffe 1=Luft und 2=Wasser:

$$c_p = \frac{m_L}{m_L + m_W} \cdot c_{p,L} + \frac{m_W}{m_L + m_W} \cdot c_{p,W} = \frac{\frac{m_L}{V}}{\frac{m_L}{V} + \frac{m_W}{V}} \cdot c_{p,L} + \frac{\frac{m_W}{V}}{\frac{m_L}{V} + \frac{m_W}{V}} \cdot c_{p,W} = \frac{\rho_L}{\rho_L + f_W} \cdot c_{p,L} + \frac{f_W}{\rho_L + f_W} \cdot c_{p,W}$$

Dabei ist  $f_W$  der Wassergehalt der Luft (NB: nicht die Dichte von Wasser!).

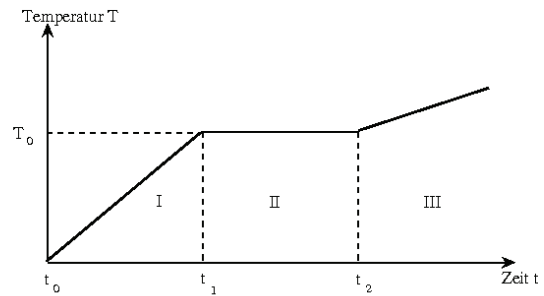
Einsetzen der Zahlenwerte ergibt:

$$c = \frac{1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 0.0093 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 1.005 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} + \frac{0.0093 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 0.0093 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 2.08 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \approx 0.9923 \cdot 1.005 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} + 0.0077 \cdot 2.08 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \approx 1.013 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$$

## 5. Wärmekapazität, Wärmetransport, Phasenübergänge

Ergänzen Sie folgende Aussagen physikalisch korrekt:

- (a) Bei konstantem Druck hat trockene Luft eine ..... Wärmekapazität als feuchte Luft.
- (b) Bei zeitlich konstanter Wärmezufuhr beobachtet man den dargestellten Temperatur-Zeit-Verlauf eines Einstoffsystems.
- Zu welchem Zeitpunkt beginnt eine Änderung des Aggregatzustandes?
  - In welchem der Bereiche sind zwei Phasen des Stoffes koexistent?
  - In welchem der Bereiche (I oder III) ist die spezifische Wärmekapazität des Stoffes größer?
- (c) Wenn die Körpertemperatur von  $37^\circ$  auf  $40^\circ$  ansteigt, dann ändert sich die Abstrahlungsleistung durch Wärmestrahlung um ..... %.
- (d) Wenn die Temperaturdifferenz verdoppelt wird, dann ändert sich die durch Wärmeleitung transportierte Wärmeleistung um den Faktor .....
- (e) Fell isoliert! Der Wärmeverlust durch Wärmeleitung ändert sich um den Faktor ....., wenn das Fell doppelt so dick gewachsen ist.
- (f) Wenn man bei flüssigem Wasser bei konstanter Temperatur von  $4^\circ\text{C}$  den Druck reduziert, dann ..... das Wasser.



(Lösungswerte: (a) geringere, (b) i.  $t_1$ , ii. II, iii. III, (c) ca. 4%, (d) 2, (e) 0.5, (f) siedet. )

### Lösung:

- (a) Antwort: Geringer. Luft besteht im wesentlichen aus zwei-atomigen Molekülen  $\text{N}_2$  und  $\text{O}_2$ , die  $f = 5$  Bewegungsfreiheitsgrade haben. Wasser ist ein gewinkeltes drei-atomiges Moleküle, das  $f = 6$  Bewegungsfreiheitsgrade hat. Bei konstantem Druck ist die molare Wärmekapazität von trockener Luft  $c_{p,\text{mol}} = (\frac{f}{2} + 1) = R\frac{7}{2}$ , die von reinem Wasserdampf  $c_{p,\text{mol}} = \frac{8}{2}R$ . Feuchte Luft ist eine Mischung von trockener Luft und Wasserdampf. Daher liegt die Wärmekapazität feuchter Luft zwischen der von trockener Luft und reinem Wasserdampf.
- (b) (i) Die Änderung des Aggregatzustands beginnt bei  $t_1$ , weil bei diesem Phasenübergang die Temperatur konstant bleibt.  
 (ii) Im Bereich II sind zwei Phasen koexistent, z.B. flüssige und gasförmige Phase oder fest und flüssige Phase  
 (iii)  $c(\text{III}) > c(\text{I})$ , da  $\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T \rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta Q} \sim \frac{1}{c}$  und  $\Delta Q = P \cdot \Delta t \sim \Delta t$
- (c) Antwort: 3.93%. Die Abstrahlungsleistung für Wärmestrahlung ist  $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$  mit  $T$  in Kelvin. Damit ist  $\frac{P(40^\circ\text{C})}{P(37^\circ\text{C})} = \frac{\sigma \cdot A \cdot ((273+40)\text{K})^4}{\sigma \cdot A \cdot ((273+37)\text{K})^4} = \frac{(313\text{K})^4}{(310\text{K})^4} \approx 1.0393$  also 3.93%.
- (d) Antwort: 2. Der Wärmestrom  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x}$ . Eine Verdopplung von  $\Delta T$  vergrößert also den Wärmestrom um den Faktor 2. Und Leistung ist Arbeit (bzw. Energie) pro Zeit, d.h. der Wärmestrom entspricht eine Wärmetransportleistung.
- (e) Antwort: 0.5. Der Wärmestrom ist  $I = -\lambda \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x}$ . Eine Verdopplung der Felldicke  $\Delta x$  verringert den Wärmestrom um den Faktor 0.5.
- (f) Antwort: siedet. Im Druck-Temperatur-Phasendiagramm ist man bei  $4^\circ\text{C}$  oberhalb des Tripelpunktes und unterhalb der kritischen Temperatur. Daher führt die Reduktion des Drucks zu einem Phasenübergang von flüssig nach gasförmig.