

14. Übungsblatt

Besprechung: 06.02.2012

1. Polarisation

Ein Lichtbündel treffe aus Luft auf eine Wasseroberfläche mit Brechungsindex $n = 1.333$. Wie groß ist der Brewsterwinkel α_B ? Unter welchem Winkel β_B wird das Licht gebrochen, wenn es unter dem Brewsterwinkel einfällt?

(Lösungswerte: $\alpha_B \approx 53.1^\circ$, $\beta_B \approx 36.9^\circ$)

Lösung:

Der Brewsterwinkel α_B bestimmt sich durch $\tan \alpha_B = n \rightarrow \alpha_B = \tan^{-1}(1.333) \approx 53.1^\circ$

Einfallswinkel α_B und Ausfallwinkel β_B sind dabei durch $\alpha_B + \beta_B = 90^\circ$ verknüpft

$\rightarrow \beta_B = 90^\circ - \alpha_B \approx 90^\circ - 53.1^\circ = 36.9^\circ$

2. Beugung

Das Auge kann zwei 1 m entfernte Gegenstände trennen, die mindestens 0.3 mm voneinander entfernt sind. Wie groß ist bei Ausnutzung dieser Sehschärfe die maximale sinnvolle Vergrößerung eines perfekten Mikroskops mit numerischer Appertur $A = 1$ für Licht der Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$?

(Hinweis: Der Winkel β entspricht beim Blick durch das Mikroskop der Sehschärfe.)

(Lösungswert: $V \approx 136$)

Lösung:

(1) Die Sehschärfe des Auges beträgt $\frac{0.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ m}} = 0.3 \cdot 10^{-3}$. Damit ist der kleinste, im Mikroskop erkennbare Gegenstand $G = s_0 \cdot \tan \beta$ groß, wobei der Sehwinkel im Mikroskop $\tan \beta$ durch die Sehschärfe zu kleinen Werten begrenzt ist, also $\tan \beta = 0.3 \cdot 10^{-3}$

(2) Die Vergrößerung des Mikroskops ist $V_M = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$, als $\tan \alpha = \frac{\tan \alpha}{V_M}$.

(3) Für einen Gegenstand G in deutlicher Sehweite s_0 und ohne Mikroskop gilt für den Sehwinkel α : $G = s_0 \cdot \tan \alpha$.

(4) Nach Aufgabenstellung hat das Mikroskop eine numerische Appertur $A = 1$ und kann damit beugungsbegrenzt Gegenstände von $d_{\min} = \frac{\lambda}{A} = \lambda$ auflösen.

Für den kleinsten auflösbaren Gegenstand G folgt damit:

$$d_{\min} \stackrel{(4)}{=} \lambda = G \stackrel{(3)}{=} s_0 \cdot \tan \alpha \stackrel{(2)}{=} s_0 \cdot \frac{\tan \beta}{V_M} \stackrel{(1)}{=} s_0 \cdot \frac{0.3 \cdot 10^{-3}}{V_M}$$

Dies ergibt

$$V_M = \frac{0.3 \cdot 10^{-3} \cdot s_0}{\lambda} = \frac{0.3 \cdot 10^{-3} \cdot 0.25 \text{ m}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 136.4$$

Dies heisst, dass für Vergrößerungen $V_M > 136$ das Auge bereits die Beugungslimitierung der Mikroskopabbildung wahrnehmen kann.

3. Photometrie

Die Beleuchtungsstärke einer punktförmigen Lichtquelle in 9 cm Entfernung sei E_9 . In welchem Abstand x von der Lichtquelle beträgt die Beleuchtungsstärke $E_x = 0.25 \cdot E_9$?

(Lösungswerte: $x = 18 \text{ cm}$)

Lösung:

Es gilt das quadratische Abstandsgesetz, d.h. $E \sim \frac{1}{x^2}$. Damit sind mit Strahlungsleistung P_0 der Lichtquelle $E_x = P_0 \cdot \frac{1}{x^2}$ und $E_9 = P_0 \cdot \frac{1}{(9 \text{ cm})^2}$. Setzt man E_9 und E_x ins Verhältnis, so folgt

$$\frac{E_9}{E_x} = \frac{P_0 \cdot \frac{1}{(9 \text{ cm})^2}}{P_0 \cdot \frac{1}{x^2}} = \frac{x^2}{(9 \text{ cm})^2} \stackrel{!}{=} \frac{E_9}{0.25 \cdot E_9} = 4$$

Aufgelöst nach x ergibt sich:

$$x = \sqrt{(9 \text{ cm})^2 \cdot 4} = 9 \text{ cm} \cdot 2 = 18 \text{ cm}$$