3. Übungsblatt — Besprechung: 05./07.11.2012

1. Drehbewegung und Scheinkräfte

Ein Fahrradreifen von 72 cm Durchmesser dreht sich mit 26.5 Umdrehungen pro Minute.
(Hinweis: $g \approx 10$ m/s^2)

(a) Wie groß ist die Tangentialgeschwindigkeit ? (Formel und Zahl in xxx m/s)

(b) Berechnen Sie die Zentrifugalkraft auf einen Wassertropfen (Masse 36 mg). (Formel und Zahl in xxx N)

(c) Wie hoch würde ein Wassertropfen fliegen, wenn er vom Fahrradreifen mit 5 m/s Tangentialgeschwindigkeit genau senkrecht nach oben losgeschleudert wird? (Formel und Zahl)

Ergänzen Sie nachfolgende Aussagen physikalisch korrekt!

(d) Würde der Wassertropfen in Teil c) nicht genau senkrecht nach oben losgeschleudert, dann würde die Flugbahn des Wassertropfens durch eine .... beschrieben.

(e) Die Newtonschen Axiome gelten nur in .... Bezugssystemen.

(f) Unter welcher Voraussetzung treten in einem Bezugssystem Scheinkräfte auf?

(Lösungswerte: a) 1 m/s, b) 10^{-4} N), c) 1.25 m)

Lösung:

(a) $v = \omega \cdot R = 2\pi \cdot f \cdot R = 2\pi \cdot \frac{26.5\text{U/min}}{60\text{s/min}} \cdot \frac{0.72\text{ m}}{2} \approx 0.999$ m/s

(b) $F_{Zf} = m\omega^2 R = 36 \cdot 10^{-3}\text{ g} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{26.5\text{U/min}}{60\text{ s/min}}\right)^2 \cdot \frac{0.72\text{ m}}{2} = 36 \cdot 10^{-6}\text{ kg} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{26.5\text{U/min}}{60\text{ s/min}}\right)^2 \cdot \frac{0.72\text{ m}}{2}$

$\rightarrow \quad F_{Zf} \approx 9.98 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$ (oder N)

(c) $v_x^2 = v_0^2 - 2ax$ und $a = -g \quad \rightarrow \quad x = \frac{0-v_0^2}{2\cdot(-g)} = \frac{0-(5\text{m/s})^2}{-2\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{25\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{20\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.25$ m

Alternativer Ansatz: Energieerhaltung

$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \stackrel{!}{=} mgh = E_{pot} \quad \rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g} = \frac{25\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{20\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.25$ m

(d) (Wurf-)Parabel

(e) ruhenden oder gleichförmig bewegten

(f) in beschleunigten Bezugssystemen

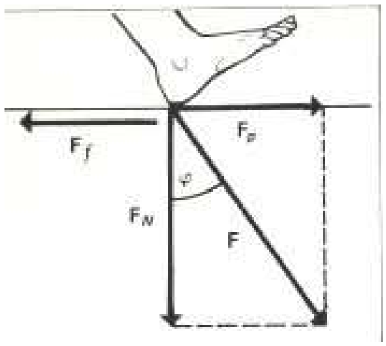
2. Reibung

Reibung beim Gehen: Der nach vorne schwingende Fuß trifft unter einem Winkel φ mit einer Kraft $\vec{F}$ auf den Boden. Berechnen Sie für einen Haftreibungskoeffizienten (Leder auf Holz) von $\mu_H = 0.54$ den größtmöglichen Winkel φ, sodass der Fuß nicht ausgleitet.
(Lösungswert: $\varphi \approx 28.36°$)

Lösung:

Zunächst wir die Kraft $\vec{F}$ in die Normalkraftkomponente $\vec{F}_N$ und die Komponete $\vec{F}_p$ parallel zum Boden zerlegt. Für die Beträge dieser beiden Kraftkomponenten gilt der Zusammenhang

$$F_p = F_N \cdot \tan\varphi$$



Die parallele Kraftkomponente F_p muss durch eine entsprechend große, entgegengesetzt gerichtete Reibungskraft F_f zwischen Ferse und Boden kompensiert werden, damit der Fuß nicht ausgleitet. Also

$$F_f = \mu_H \cdot F_N \stackrel{!}{=} F_p = F_N \cdot \tan\varphi \quad \Rightarrow \quad \mu_H = \tan\varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi \approx 28.36°$$

3. Energie, Leistung

Die australischen Riesenkänguruhs erreichen eine horizontale Fortbewegungsgeschwindigkeit von $v_x = 60$ km/h. Nach Aufgabe 3 des zweiten Übungsblattes erreichen australische Riesenkänguruhs bei Sprungweiten von 9 m eine Sprunghöhe von 2.25 m für einen Absprungwinkel von $\alpha = 45°$ und dabei eine horizontale Fortbewegungsgeschwindigkeit von $v_x = 24$ km/h.
Berechnen Sie

(a) die potentielle Energie im höchsten Punkt der Flugbahn,

(b) die kinetische Energie des Känguruhs beim Absprung,

(c) die mittlere Leistung pro Sprung bei gleichbleibender horizontaler Fortbewegungsgeschwindigkeit $v_x = 24$ km/h und Sprunghöhe H.
(Rechnen Sie möglichst allgemein! Überlegen Sie, wie plausibel das Ergebnis ist!)

(d) Freiwillig: Messen Sie Ihre Kurzzeitleistung! Stoppen Sie dazu die Zeit zum Hochlaufen einer Treppe. Bestimmen Sie die potentielle Energie aus der Anzahl der zurückgelegten Treppenstufen. Treppenstufen haben eine typische Höhe von 18 cm.

(Hinweis: Männliche Känguruhs haben eine Masse von 55 kg. Nutzen Sie für Teilaufgabe (c) die Formeln des zweiten Übungsblatts für Sprunghöhe H und Sprungweite L:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad ; \quad L = \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

mit Abwurfgeschwindigkeit v_0, Abwurfwinkel α, Erdbeschleunigung $g = 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.)
(Lösungswerte: $E_{\text{pot}} \approx 1214$ J, $E_{\text{kin}} \approx 2448$ J, $\overline{P} \approx 904$ W)

Lösung:

(a) Es gilt: $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot H$ mit $H = 2.25$ m und $g = 9.81\text{m/s}^2$.
Damit ist $E_{\text{pot}} \approx 1214$ J

(b) Lösungsansatz: Energieerhaltung $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} =$const.
Also ist die Gesamtenergie beim Absprung (Index 0) und am obersten Punkt der Flugbahn (Index H) gleich:

$$E_{\text{pot, 0}} + E_{\text{kin, 0}} = E_{\text{pot, H}} + E_{\text{kin, H}}$$

Am Absprungpunkt ist $E_{\text{pot,0}} = 0$. Am obersten Punkt der Flugbahn bewegt sich das Känguruh ausschließlich horizontal mit der Geschwindigkeit v_x. Dort ist also $E_{\text{kin,H}} = \frac{1}{2}mv_x^2$. Damit ist die kinetische Energie des Känguruh beim Absprung:

$$E_{\text{kin, 0}} = E_{\text{pot, H}} + E_{\text{kin, H}} = mgH + \frac{1}{2}mv_x^2$$

Mit $m = 55$ kg, $v_x = 24$ km/h ≈ 6.7 m/s, $H = 2.25$ m ergibt dies $E_{\text{kin,0}} = 2448$ J

(c) Lösungsansatz: phys. Phänomen "Leistung = Arbeit pro Zeit"
Zunächst ist die Zeitdauer eines Sprungs zu ermitteln. Dazu wird $v_x = \frac{L}{T}$ und $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$ verwendet:

$$T = \frac{L}{v_x} = \frac{L}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

Bei einem Sprung muss das Känguruh die Energie E_{pot} aus Teil (b) bereitstellen, um die Sprungshöhe $H = 2.25$ m zu erreichen. Die mittlere Leistung beträgt also

$$\overline{P} = \frac{E_{\text{pot}}}{T} = \frac{mgH \cdot v_x}{L}$$

Einsetzen von H und L sowie Ersetzung von v_0 durch $v_x = v_0 \cos\alpha$ ergibt mit $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$:

$$\overline{P} = \frac{mg \cdot \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \cdot v_x}{\frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}} = \frac{mg \cdot \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot v_x}{2\cos\alpha} = \frac{1}{4} m g v_x \tan\alpha$$

Für $m = 55$ kg, $g = 9.81$ m/s^2, $v_x \approx 6.7$ m/s, $\alpha = 45°$ ergibt sich: $\overline{P} \approx 904 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 904$ W. Diese Leistung von ca. 1 kW kann ein Känguruh höchstens kurzzeitig aufbringen.

(d) Zum Vergleich: Die Dauerleistung eines untrainierten Menschen beträgt < 100 W, die Kurzzeitleistung 1 kW.