5. Übungsblatt **Besprechung: 19./21.11.2011**

1. Auftrieb, Dichte

Ein Fisch mit einem Körpergewicht von $m = 1.50$ kg wird vollständig in Wasser eingetaucht und hängt dabei an einer Federwaage. Die Federwaage zeigt dann eine Kraft von 4.91 N an. Bestimmen Sie das Körpervolumen und die Dichte des Fisches! (Freiwillig: Würde der Fisch im Wasser schweben können?)

(Lösungswerte: 1 l, 1.5 g/cm^3)

Lösung:
Schwerkraft: $F_G = 1.50\text{ kg} \cdot g \approx 14.72$ N
Auftriebskraft: $F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot V \cdot g$
Kraftanzeige der Waage ist $F_W = F_G - F_A = 4.91$ N
$\Rightarrow F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot V \cdot g \stackrel{!}{=} F_G - F_W = mg - F_W$
Aufgelöst nach V ergibt sich:
$\Rightarrow V = \frac{mg-F_W}{\rho_{\text{Fl}} \cdot g} = \frac{14.72\text{ N}-4.91\text{ N}}{1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{14.72\text{ N}-4.91\text{ N}}{1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10^{-3}\text{ m}^3 = 1000\text{ cm}^3 = 1\text{ l}$
Die Dichte des Fisches beträgt: $\rho_{\text{Fisch}} = \frac{m}{V} = \frac{1.5\text{ kg}}{1000\text{ cm}^3} = 1.5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Er kann nicht im Wasser schweben, weil seine Dichte größer als die Dichte von Wasser ist. Daher würde der Fisch absinken. (Konsequenz daraus ist, dass alle im Wasser lebenden Tier eine ungefähre Dichte von Wasser aufweisen müssen, um nicht ständig gegen aufschwimmen oder absinken aktiv arbeiten zu müssen!)

2. Elastizitätsmodul

Bei jedem Sprung muss das Riesenkänguruh $E_{\text{pot}} = 1214$ J aufwenden, wie in Aufgabe 3 des 3. Übungsblatts berechnet wurde. Diese Energie kann das Känguruh bei der Landung (zu einem großen Teil) in den Sehnen der Beinmuskulatur für den nachfolgenden Absprung zwischenspeichern. Der Elastizitätsmodul einer Sehne beträgt $E \approx 20 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Die Elastizitätsgrenze wird bei einer Dehnung der Sehne von 5% erreicht und darf natürlich nicht überschritten werden. Die Länge der Beinsehne beträgt $L \approx 41$ cm.

(a) Berechnen Sie die Richtgröße D der Sehne, zur Speicherung der gesamten potentiellen Energie.
(b) Welche Querschnittsfläche müsste die Sehne dabei haben? Und welchen Durchmesser d, falls der Querschnitt als kreisrund angenommen wird? (Ergebnis in xx mm^2 und yy mm)

Hinweis: Die Formel für die gespeicherte Energie einer Feder ist: $E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}Dx^2$.
(Lösungswerte: (a) $D \approx 2.89 \cdot 10^6$ N/m, (b) $A \approx 590$ mm^2, $d \approx 27.4$ mm)

Lösung:

(a) Dehnung $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ ist maximal $\varepsilon = 5\%$. Die Längenänderung von $x = \Delta L$ steht für die Speicherung der Energie zur Verfügung.
Damit gilt mit der angegebenen Formel für die gespeicherte Energie einer Feder und unter Beachtung, dass ein Känguruh zwei Beine hat,

$$E_{\text{pot}} \stackrel{!}{=} 2E_{\text{Feder}} = 2 \cdot \frac{1}{2}D(\Delta L)^2 = (L^2 \cdot D)\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 = (L^2 \cdot D)(\varepsilon)^2$$
$$\Rightarrow \quad D = \frac{E_{\text{pot}}}{L^2 \cdot \varepsilon^2} \approx 2.89 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(b) Es gilt $D = \left(\frac{E \cdot A}{L}\right)$ mit Sehnenquerschnitt A. Mit dem Ergebnis aus Teil (a) und E und L aus der Aufgabenstellung folgt
$A = \frac{L \cdot D}{E} \approx 5.9 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2 \widehat{=} 590\text{ mm}^2$

Bei kreisrundem Querschnitt gilt: $A = \pi \frac{d^2}{4}$

$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \approx 27.4$ mm

3. Oberflächenspannung

Wasserläufer *Heavy* frisst zu viel. Bei welcher Masse (in Gramm) zerreißt die Oberfläche und er sinkt ein? (Oberflächenspannung von Wasser $\sigma_{H_2O} = 0.073$ N/m)
Zur Vereinfachung nehmen wir an, die vier Füße sind flache, kreisförmige Scheiben mit 4 mm Durchmesser
(Lösungswert: 0.4 g)

Lösung:
Gewichtskraft ist $F_G = m \cdot g$, kritische Masse ist m_{krit}.
Kraft zum Zerreißen der Oberfläche: $F_{\text{krit}} = \sigma_{H_2O} \cdot b$, wobei $\sigma_{H_2O} = 0.073$ N/m und b die Gesamtlänge des Randes ist, also $b = 4 \cdot 2\pi \cdot 2$ mm= 0.05 m
$\Rightarrow \quad F_{\text{krit}} = 0.073 \cdot 0.05 \text{ N} \approx 0.0037 \text{ N}$
$\Rightarrow \quad m_{\text{krit}} = \frac{F_{\text{krit}}}{g} \approx \frac{0.0037 \text{ N}}{9.81 \text{m/s}^2} \approx 0.00038 \text{ kg}$
Also: $m_{\text{krit}} \approx 0.4$ g