

7. Übungsblatt

Besprechung: 03./05.12.2011

1. Wellen

Eine Ultraschallwelle habe eine Frequenz von 47 kHz. Welche Wellenlänge gehört dazu in Luft und welche in Wasser?

(Schallgeschwindigkeit in Luft: 330 m/s, in Wasser: 1485 m/s)

(Lösungswerte:  $\lambda_{\text{Luft}} \approx 7 \text{ mm}$ ,  $\lambda_{\text{Wasser}} \approx 31.6 \text{ mm}$ )

**Lösung:**

Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Schallgeschwindigkeit"

Nach Vorlesung gilt: Schallgeschwindigkeit = Wellenlänge  $\times$  Frequenz, also  $c = \lambda \cdot f$

$$\rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

Mit  $f = 47 \text{ kHz} = 47000 \text{ Hz}$  folgt für:

$$\text{Luft mit } c = 330 \text{ m/s} \rightarrow \lambda = \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{47000 \text{ Hz}} \approx 7.02 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 7 \text{ mm}$$

$$\text{Wasser mit } c = 1485 \text{ m/s} \rightarrow \lambda = \frac{1485 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{47000 \text{ Hz}} \approx 0.0316 \text{ m} \approx 31.6 \text{ mm}$$

2. Akustik

(a) Eine Ultraschallwelle breite sich durch Muskelgewebe (Impedanz  $Z_M = 1.67 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$ ) aus und werde an einem Blutgefäß (Impedanz  $Z_B = 1.60 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$ ) und am Knochen (Impedanz  $Z_K = 6.66 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$ ) reflektiert. Welcher Bruchteil der ursprünglichen Intensität der Ultraschallwelle wird am Blutgefäß reflektiert? Welcher Bruchteil am Knochen?

(b) Wenn die Reflexion der Ultraschallwelle (Schallgeschwindigkeit im Blut  $c = 1562 \text{ m/s}$ ) an einem Blutkörperchen geschieht, welches sich mit der Geschwindigkeit  $v_B = 30 \text{ cm/s}$  durch das Blutgefäß in Richtung auf die Ultraschallquelle bewegt, um wie viel Prozent verändert sich die Frequenz der reflektierten Ultraschallwelle?

(Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Situation aus Sicht des Blutkörperchens, dann aus Sicht des externen Beobachters!)

(Lösungswerte: (a)  $R_B \approx 0.05\%$ ,  $R_K \approx 35.88\%$ ; (b)  $0.038\%$ )

**Lösung:**

(a) Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Wellenreflektion"

Nach Vorlesung ist der Reflexionsfaktor:  $R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2$

Einsetzen von  $Z_1 = Z_M$  und  $Z_2 = Z_B$  oder  $Z_K$  ergibt

$$\text{für Blut: } R_B = \left(\frac{Z_B - Z_M}{Z_B + Z_M}\right)^2 = \left(\frac{1.60 \cdot 10^6 - 1.67 \cdot 10^6}{1.60 \cdot 10^6 + 1.67 \cdot 10^6}\right)^2 \approx 4.58 \cdot 10^{-4} \approx 0.05\%$$

$$\text{für Knochen: } R_K = \left(\frac{Z_K - Z_M}{Z_K + Z_M}\right)^2 = \left(\frac{6.66 \cdot 10^6 - 1.67 \cdot 10^6}{6.66 \cdot 10^6 + 1.67 \cdot 10^6}\right)^2 \approx 0.3588 \approx 35.88\%$$

(b) Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Dopplereffekt"

Der Hinweis zeigt, dass die Lösung aus zwei Teilen besteht:

(1) Blutkörperchen läuft (als Beobachter) auf Schallquelle zu und

(2) Blutkörperchen reflektiert Schallwelle und wird zu neuer bewegter Schallquelle, die auf externen Beobachter zuläuft.

Nach Vorlesung ist für den hier beschriebenen Fall die beobachtete Frequenz:  $f_B = f_0 \frac{1 + \frac{v_B}{v_{Ph}}}{1 - \frac{v_{Ph}}{v_Q}}$

Dabei sind  $v_Q = v_B$  die Geschwindigkeit des Blutkörperchens (als Quelle des reflektierten Schalls) und  $v_{Ph} = c$  die Phasengeschwindigkeit der Ultraschallwelle. Die Frequenz  $f_0$  der Ultraschallwelle ist nicht vorgegeben und wird auch nicht benötigt, weil nur die relative Änderung (in Prozent) der Frequenz  $f_B$  zur Frequenz  $f_0$  gefragt ist, also

$$\rightarrow \frac{f_B}{f_0} = \frac{1 + \frac{v_B}{c}}{1 - \frac{v_B}{c}} = \frac{1 + \frac{0.30}{1562}}{1 - \frac{0.30}{1562}} \approx 1.00038$$

Die Frequenzänderung beträgt also  $0.038\%$ .

### 3. Schwingungen, Wellen, Akustik

Ergänzen Sie folgende Aussagen physikalisch korrekt:

- (a) Die Frequenzen eines schwingungsfähigen Systems mit Dämpfung haben die folgende Ordnung nach Größe der Frequenz:  
 $\omega_{\text{res}} \dots \omega_{\text{gedämpft}}, \omega_{\text{res}} \dots \omega_{\text{ungedämpft}}, \omega_{\text{ungedämpft}} \dots \omega_{\text{gedämpft}}$ .
- (b) Bewegt sich eine Schallquelle auf einen Beobachter zu, so hört der Beobachter eine im Vergleich zur Schallquelle ..... Frequenz
- (c) Bei einer Schallwelle ist die Schwingung ..... zur Ausbreitungsrichtung der Welle.
- (d) Um die Überlagerung zweier Wellen zu berechnen, muss man Amplituden .....
- (e) Um die Intensität einer Welle zu berechnen, muss man ..... quadrieren.

(Lösungswerte: (a)  $\omega_{\text{res}} < \omega_{\text{gedämpft}}, \omega_{\text{res}} < \omega_{\text{ungedämpft}}, \omega_{\text{ungedämpft}} > \omega_{\text{gedämpft}}$ ; (b) höhere; (c) parallel; (d) addieren; (e) die Amplitude )

#### Lösung:

- (a) Nach Vorlesung gilt  $\omega_{\text{res}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$ ,  $\omega_{\text{gedämpft}} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$  und  $\omega_{\text{ungedämpft}} = \omega_0$ . Damit ist also  $\omega_{\text{res}} \leq \omega_{\text{gedämpft}} \leq \omega_{\text{ungedämpft}}$ .
- (b) Antwort: höhere. Beim Dopplereffekt gilt für eine sich mit  $v_Q$  nähernde Schallquelle  $f'_B = f_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{v_{Ph}}}$  und damit  $f'_B > f_0$ .
- (c) Antwort parallel. Schallwellen sind longitudinale Wellen, da die periodischen Druckschwankungen in Ausbreitungsrichtung der Schwallwelle oszillieren.
- (d) Antwort: addieren. Nach dem Superpositionsprinzip überlagern sich Wellen, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen. Die resultierende Amplitude ist die Summe aller Einzelamplituden.
- (e) Antwort: die Amplitude. Die Intensität einer Welle ist proportional zum Quadrat der Amplitude.