

8. Übungsblatt

Besprechung: 10./12.12.2011

1. Ideales Gasgesetz, Zustandsänderung

Das Volumen der Lunge eines Blauwals beträgt an der Wasseroberfläche etwa 5000 Liter.

- Welches Volumen hätte die Lunge bei konstanter Temperatur in 200 m Tauchtiefe?
- Wenn der Wal zunächst 5000 Liter Luft von 0°C Temperatur einatmet und die Luft sich in der Lunge bei konstantem Volumen auf Körpertemperatur von 37°C erwärmt, welcher Luftdruck würde sich dann in der Lunge einstellen? Welche Wärmemenge muss für diese Zustandsänderung aufgewendet werden?
- Wie viele Mol Sauerstoff O₂ sind in den 5000 Liter Luft bei 0°C Temperatur enthalten, wenn der Volumenanteil von Sauerstoff in der Luft 20% beträgt?
- Durch Gasaustausch zwischen Blut und Lunge werde der Sauerstoff in der Lunge vollständig durch Kohlendioxid (CO₂) ausgetauscht. Wie ändert sich der Druck in der Lunge bei konstanter Temperatur und Volumen?

($\rho_{\text{Wasser}} = 1 \text{ kg/l}$, $\rho_{\text{Luft}} = 1.293 \text{ g/l}$, Luftdruck auf Meeresniveau $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, $c_v = 0.718 \text{ J/g K}$)

(Lösungswerte: (a) $V_{200m} \approx 246 \text{ l}$, (b) $p_{37^\circ} \approx 115058 \text{ Pa}$, $Q \approx 171.7 \text{ kJ}$, (c) $n_{O_2} \approx 40.4 \text{ mol}$, (c) bleibt konst.)

Lösung:

- Bei konstanter Temperatur, d.h. für isotherme Zustandsänderung gilt das Gesetz von Boyle-Mariotte $p_0 V_0 = p_s V_s$.

Schweredruck in $h = 200 \text{ m}$ Tauchtiefe zusammen mit äußerem Luftdruck ergeben

$$p_s = p_0 + \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \cdot h$$

Mit dem Gesetz von Boyle-Mariotte $p_s \cdot V_{200m} = p_0 \cdot V_0$ folgt

$$V_{200m} = \frac{p_0 \cdot V_0}{p_s} = \frac{p_0 \cdot V_0}{p_0 + \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \cdot h}$$

Zahlenwerte eingesetzt ($5000 \text{ l} = 5 \text{ m}^3$, $1 \text{ kg/l} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\text{Pa} = \text{N/m}^2$):

$$V_{200m} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 5 \text{ m}^3}{101325 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200 \text{ m}} \approx \frac{5.068 \cdot 10^5}{2.063 \cdot 10^6} \text{ m}^3 \approx 0.2455 \text{ m}^3 = 246 \text{ l}$$

- Für isochore Zustandsänderung gilt Amontons-Gesetz ($\frac{p}{T} = \text{const.}$), also hier

$$\frac{p_0}{T_0^\circ} = \frac{p_{37^\circ}}{T_{37^\circ}} \rightarrow p_{37^\circ} = p_0 \cdot \frac{T_{37^\circ}}{T_0^\circ} = 101325 \text{ Pa} \cdot \frac{273 + 37}{273 + 0} \approx 115058 \text{ Pa}$$

Die zur isochoren Erwärmung benötigte Wärmemenge folgt aus

$$Q = m_{\text{Luft}} \cdot c_v \cdot (T_{37^\circ} - T_0^\circ) = \rho_{\text{Luft}} \cdot V_0 \cdot c_v \cdot (T_{37^\circ} - T_0^\circ)$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$Q = 1.293 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 5000 \text{ l} \cdot 0.718 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot ((273 + 37) \text{ K} - (273 + 0) \text{ K}) \approx 171749 \text{ J} \approx 171.7 \text{ kJ}$$

- Die 20% Sauerstoff in $V_0 = 5000 \text{ l}$ Luft haben eine Masse von

$$m_{O_2} = 20\% \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot V_0 = 20\% \cdot 1.293 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 5000 \text{ l} = 1293 \text{ g} = 1.294 \text{ kg}$$

Aus der molaren Masse von O₂ von $M_{O_2} = 2 \cdot 16 \text{ u} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ folgt dann

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{1293 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \approx 40.41 \text{ mol}$$

- (d) Da pro Entnahme eines O_2 Moleküls aus dem Lungenvolumen genau ein CO_2 Molekül an das Lungenvolumen abgegeben wird (Stöchiometrie) verändert sich die Molzahl n in der Lunge nicht, d.h. $n_{O_2} = n_{CO_2}$. Aus $pV = nRT$ folgt daher bei konstanten V und T , dass auch p konstant bleibt. Es ändert sich jedoch die Gasmischung, sodass am Ende das Gas in der Lunge aus 80% Stickstoff und 20% CO_2 besteht.

2. Gasketik

Bestimmen Sie die mittlere kinetische Energie der Moleküle des linear gestreckten drei-atomigen Molekül-gases CO_2 bei $20^\circ C$.

Welchen Wert hat die mittlere, das heißt quadratisch gemittelte, Geschwindigkeit $v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}}$?

Hinweis: Verwenden Sie zur Berechnung von v_{rms} die Molmasse und die entsprechende molare Energie! Dann müssen Sie die Masse der Teilchen nicht berechnen.

(Lösungswerte: 6098 J/mol, 408 m/s)

Lösung:

Die molare Masse von CO_2 ist $M_{CO_2} = (12 + 2 \cdot 16)u = 44 \frac{g}{mol}$. Damit erhält man: $\overline{E_{kin,ges}} = \frac{1}{2} \cdot f \cdot R \cdot T$ mit Freiheitsgradanzahl $f = 5$, da das Molekül linear gestreckt ist.

$$\overline{E_{kin,ges}} = \frac{5}{2} \cdot 8.32 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot (273.15 + 20) K \approx 6098 J/mol$$

Die mittlere Geschwindigkeit (für die Translationsbewegung) folgt aus der Formel

$$\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} RT = \frac{1}{2} M_{CO_2} v^2$$

Aufgelöst nach v^2 und nach Wurzelziehen ergibt sich

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{CO_2}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.32 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 293 K}{0.044 \frac{kg}{mol}}} \approx 407.7 \frac{m}{s}$$

3. Akustik, Wärmelehre

Ergänzen Sie folgende Aussagen physikalisch korrekt:

- Gleiche Schallpegel L_p mit verschiedenen Frequenzen f werden von einem Menschen laut wahrgenommen.
- Trifft eine Welle in einem Medium großer Impedanz an der Grenzfläche auf ein Medium kleiner Impedanz dann wird die Welle hauptsächlich
- Das Verhältnis der intensiven Zustandsgrößen Druck und Temperatur ergibt eine Zustandsgröße.
- Bringt man ein Thermometer mit großer Wärmekapazität in ein sehr großes Wärmebad, dann kann man die Temperatur des Wärmebades nach Zeit am Thermometer ablesen.
- Bei einer isobaren, isothermen, isochoren Zustandsänderung bleiben jeweils,, konstant.
- Die Druckschwingung einer Schallwelle ist eine Zustandsänderung.
- Die Temperatur von $37.8^\circ C$ entspricht K und $^\circ F$, eine Temperatur von $0^\circ F$ entspricht $^\circ C$.

(Lösungswerte: (a) unterschiedlich; (b) reflektiert; (c) intensive; (d) langer; (e) Druck, Temperatur, Volumen; (f) adiabatisch. (g) 310.95 K, 100.0 $^\circ F$, -17.8 $^\circ C$)

Lösung:

- Antwort: unterschiedlich. Die physiologische Lautstärkeempfindung $L(f) = C(f) \cdot L_p$, wobei der Faktor $C(f)$ die mit der Frequenz f variierende Schallempfindung des menschlichen Ohres beschreibt.
- Antwort: reflektiert. Nach Vorlesung ist der Reflexionsfaktor $R = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$, sodass große Impedanzunterschiede $Z_1 - Z_2$ zu starker Reflexion führen, egal ob der Übergang von großem zu kleinem Z oder umgekehrt erfolgt.
- Antwort: intensive. Dies folgt durch Umformung des idealen Gasgesetzes $pV = nRT$ zu $\frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$, wobei auf der rechten Gleichungsseite ein Verhältnis extensiver Zustandsgrößen steht und nach Vorlesung Verhältnisse von extensiven Zustandsgrößen eine intensive Zustandsgröße darstellen (, die also nicht mehr von der Gesamtmenge der Substanz abhängt).

- (d) Antwort: langer. Die große Wärmekapazität des Thermometers bedeutet, dass viel Wärme zwischen Wärmebad und Thermometer ausgetauscht werden muss, bevor die Temperaturdifferenz zwischen Wärmebad und Thermometer gering ist und die Anzeige des Thermometers der Temperatur des Wärmebades entspricht.
- (e) Antwort: Druck, Temperatur, Volumen.
- (f) Antwort: adiabatisch. Der Schwingungsvorgang einer Druckschwingung bei einer Schallwelle ist ein sehr schnell ablaufender Vorgang, sodass kein (bzw. ein vernachlässigbarer) Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann. Damit erfüllt der Vorgang die Anforderungen für eine adiabatische Zustandsänderung .
- (g) Antworten: 310.95 K, 100.04.5°F, -17.8°C. Die Umrechnungsformeln lauten: $T_K = T_{\circ C} + 273.15K$, $T_{\circ F} = \frac{9}{5}T_{\circ C} + 32^{\circ}F$, $T_{\circ C} = \frac{5}{9}(T_{\circ F} - 32^{\circ}F)$. Einsetzen der Werte 37.8°C und 0°F ergeben die Lösungswerte.

Nachtrag vom 7. Übungsblatt:

1. Akustik

- (a) Eine Ultraschallwelle breitet sich durch Muskelgewebe (Impedanz $Z_M = 1.67 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$) aus und werde an einem Blutgefäß (Impedanz $Z_B = 1.60 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$) und am Knochen (Impedanz $Z_K = 6.66 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$) reflektiert. Welcher Bruchteil der ursprünglichen Intensität der Ultraschallwelle wird am Blutgefäß reflektiert? Welcher Bruchteil am Knochen?

(Lösungswerte: (a) $R_B \approx 0.05\%$, $R_K \approx 35.88\%$;)

Lösung:

- (a) Lösungsansatz: "physikalisches Phänomen: Wellenreflektion"

Nach Vorlesung ist der Reflexionsfaktor: $R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$

Einsetzen von $Z_1 = Z_M$ und $Z_2 = Z_B$ oder Z_K ergibt

für Blut: $R_B = \left(\frac{Z_B - Z_M}{Z_B + Z_M} \right)^2 = \left(\frac{1.60 \cdot 10^6 - 1.67 \cdot 10^6}{1.60 \cdot 10^6 + 1.67 \cdot 10^6} \right)^2 \approx 4.58 \cdot 10^{-4} \approx 0.05\%$

für Knochen: $R_K = \left(\frac{Z_K - Z_M}{Z_K + Z_M} \right)^2 = \left(\frac{6.66 \cdot 10^6 - 1.67 \cdot 10^6}{6.66 \cdot 10^6 + 1.67 \cdot 10^6} \right)^2 \approx 0.3588 \approx 35.88\%$