Ludwig–Maximilians–Universität München – Fakultät für Physik

Klausur zur Vorlesung E1 – Mechanik

WS 2013/2014 17. Feb. 2014

für Studierende im Hauptfach Physik und Meteorologie

(9 ECTS)

Prof. J. Rädler, Prof. H. Gaub

Name: .... Vorname: ....

Matrikelnummer: .... Übungsgruppe: ....

Studienfach: .... Fachsemester: ....

Ich stimme zu, dass die von mir erreichte Punktzahl mit Matrikelnummer im Internet veröffentlicht wird:

☐ Ja

Bitte beachten Sie folgende Informationen:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 180 Minuten.
- Nicht mit Bleistift schreiben.
- Bitte beschriften Sie **jedes** Blatt, das Sie abgeben, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Bei Aufgaben mit konkreten Zahlenangaben stellen Sie zunächst das Ergebnis auf und setzen Sie erst im letzten Schritt die gegebenen Werte ein.
- **Viel Erfolg!**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$	Bonus	Note
Punkte	12	14	15	15	15	15	14	100	11	
Erreicht										

Aufgabe 1: Physik und Fensterputzen (12 Punkte)

Ein Fensterputzer befindet sich in einem Außenaufzug an der Fassade eines Hochhauses.

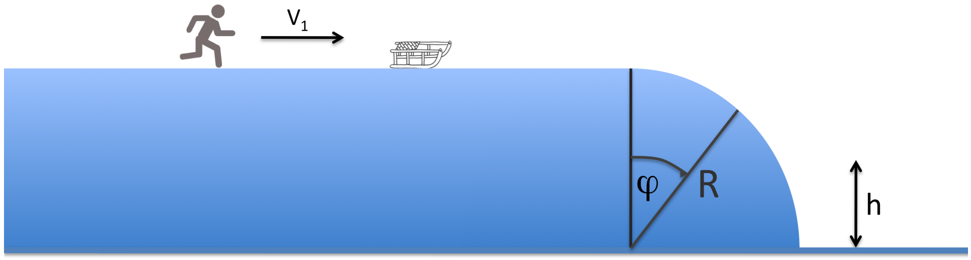
a) Der Aufzug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 3\,\mathrm{m/s}$ nach oben als dem Fensterputzer sein Schwamm herunterfällt. In welcher Höhe befindet sich der Fensterputzer beim Auftreffen des Schwamms, wenn die Fallzeit $5\,\mathrm{s}$ beträgt? Vernachlässigen Sie die Luftreibung.

b) Ein Kollege befindet sich ebenfalls in einem Aufzug am Nachbargebäude. Da der Kollege einen extra Schwamm hat, wirft er den Schwamm dem Fensterputzer zu. Beim Wurf befinden sich beide Aufzüge in Ruhe und auf gleicher Höhe. Der Schwamm wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_1 = 10\,\mathrm{m/s}$ unter einem Winkel von $\phi = 45°$ zur Horizontalen abgeworfen und vom Fensterputzer gefangen. Wie weit sind beide Gebäude voneinander entfernt?

c) Welche maximale Höhe gegenüber dem Abwurfpunkt erreicht der Schwamm?

Aufgabe 2: Halsbrecherischer Rennrodler (14 Punkte)

Ein Schlittenfahrer der Masse $m_1 = 50\,\mathrm{kg}$ läuft mit $v_1 = 3{,}6\,\mathrm{m/s}$ in horizontaler Richtung und springt auf seinen Schlitten der Masse $m_2 = 10\,\mathrm{kg}$ auf. Der so besetzte Schlitten gleitet nun reibungsfrei mit der Geschwindigkeit u über eine horizontale Bahn, an deren Ende ein Abhang anschließt, der durch einen Viertelkreis mit einem Radius von $R = 3,3\,\mathrm{m}$ beschrieben wird.



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit u unmittelbar nachdem der Schlittenfahrer auf den Schlitten aufgesprungen ist.

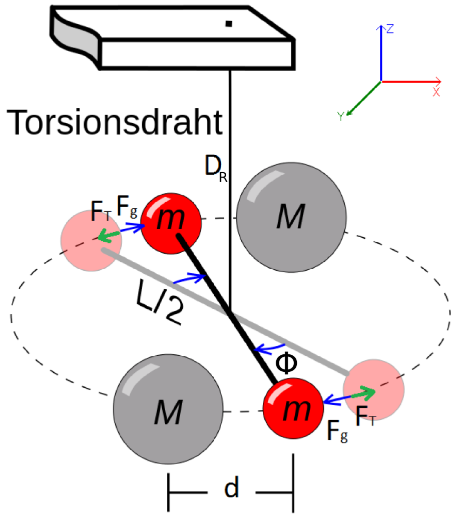
b) Geben Sie einen Ausdruck für die Geschwindigkeit $v(\varphi)$ des Schlittens in Abhängigkeit des Winkels φ zur Vertikalen an.

c) Geben Sie einen Ausdruck für den Winkel φ an, bei dem der Schlitten vom Abhang abhebt.

d) Berechnen Sie mit welcher Geschwindigkeit sich der Schlitten zu diesem Zeitpunkt bewegt. In welcher Höhe über dem Boden befindet er sich? (Zahlenwerte)

Aufgabe 3: Gravitationswaage (15 Punkte)

In der Vorlesung wurde die Drehwaage zur Bestimmung der Graviationskonstante G gezeigt (Cavendish-Experiment). Im Folgenden soll nachvollzogen werden, wie G aus den experimentell zugänglichen Größen berechnet wird (siehe Abbildung).



a) Die Bewegungsgleichung für den Winkel ϕ der Torsionsschwingung in Abwesenheit der großen Massen M lautet:

$$I\ddot{\phi} + D_R\phi = 0$$

Wobei das Richtmoment D_R über das rücktreibende Drehmoment $D = -D_R\,\phi$ definiert ist. Berechnen Sie die Periodendauer T der Torsionsschwingung.

b) Geben Sie das Trägheitsmoment I_S der Hantel an, bestehend aus einem masselosen Stab der Länge L und zwei Kugeln mit Masse m und Radius r die fest mit der Stange verbunden sind. (Hinweis das Trägheitsmoment einer Kugel ist $I_K = \frac{2}{5}mr^2$).

c) Es werden nun die Massen M bis auf den Abstand d, mit $d \ll L$, an die kleinen Kugeln herangeführt. Um welchen Winkel ϕ wird die Torsionswaage aufgrund der Gravitationskraft zwischen den Kugel aus der Ruhelage verdreht (nachdem sich das System in die Gleichgewichtslage eingependelt hat) ?

d) Geben sie einen Ausdruck für die Gravitationskonstante G in Abhängigkeit der messbaren Größen m, M, L, d, ϕ, T an. (T wurde in einem Vorexperiment ohne die Massen M bestimmt).

e) Der Torsionsdraht ist ein deformierbarer Körper. Von welchen physikalischen Größen hängt die Richtkonstante D_R des Torsionsdrahtes und damit die Empfindlichkeit der Drehwaage ab?

Aufgabe 4: Gedämpfter Oszillator (15 Punkte)

Eine kugelförmige Masse m hängt an einer masselosen Feder mit der Federkonstante k. Das System befindet sich unter Wasser und soll nun so eingestellt werden, dass die Amplitude der Schwingung alle fünf Perioden auf die Hälfte absinkt.

a) Stellen Sie für dieses System einer gedämpften Schwingung die Newton'sche Bewegungsgleichung der Kugel auf. Gehen Sie von einer linearen Dämpfung der Form $F_r = -b\,\dot{x}$ aus.

b) Nutzen Sie den Lösungsansatz $x(t) = Ce^{\alpha t}$, um die unabhängigen speziellen Lösungen, sowie die allgemeine Lösung für den Fall schwacher Dämpfung $\omega_0^2 > \beta^2$ mit $\beta = \frac{b}{2m}$ herzuleiten.
(Hinweis: Führen Sie folgende Abkürzungen ein:
$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2$; $C_{1,2} = \frac{1}{2}Ce^{\pm i\varphi}$)

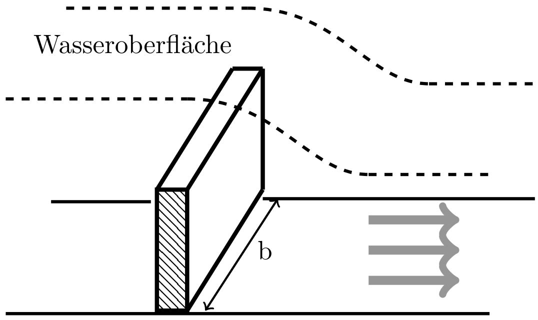
c) Das Amplitudenverhältnis von einer zur nächsten Schwingung wird als Dämpfungsverhältnis δ bezeichnet. Bestimmen Sie den Abklingkoeffizienten β in Abhängigkeit von δ und der Periode T.

d) Unter Wasser wirkt die Stokes'sche Reibungskraft, wobei die Viskosität $\eta_{H_2O} = 10^{-3}\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$ beträgt. **Schätzen** Sie den Radius einer Kugel der Masse $m = 1,55\mathrm{g}$ so ab, dass bei einer Periodendauer von $T = 1,4\mathrm{s}$ die Schwingungsamplitude nach jeweils 5 Perioden auf die Hälfte absinkt. (Hinweis: $\ln\left(\frac{1}{2}\right) \approx -0,7$)

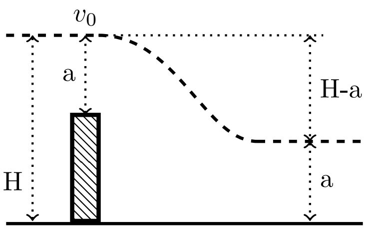
Aufgabe 5: Stauwehr

(15 Punkte)

Ein See soll über ein Stauwehr abfließen. Die Höhe des Wasserspiegels vor dem Wehr sei H, die Höhe des Stauwehrs $H - a$, die Breite b. Zur Berechnung des Flusses soll vereinfachend angenommen werden, dass sich Wasser wie eine ideale Flüssigkeit verhalte und der Wasserspiegel H vor dem Wehr konstant sei. Die Anfangsgeschwindigkeit des Wassers über dem Wehr sei $v_0 = 0$. Das Flussprofil hinter dem Wehr habe die Höhe a und eine von der Wassertiefe unabhängige Geschwindigkeit (siehe Skizze).



Stauwehr schematisch



Höhenverhältnisse, v_0

Es soll der Volumenstrom als Funktion von a untersucht werden.

a) Berechnen Sie zunächst die Geschwindigkeit $v(a)$ des Wassers hinter dem Stauwehr (Siehe Skizze).

b) Stellen Sie nun den Volumenstrom $\dot{V}(a)$ hinter dem Wehr auf.

c) Finden Sie das Extremum (es handelt sich um ein Maximum) des Volumenstroms in Abhängigkeit von a. (Zur Kontrolle: Der Fluss ist von der Form: $f(x) \sim x\sqrt{c - x}$)

Aufgabe 6: Verständnisfragen (15 Punkte)

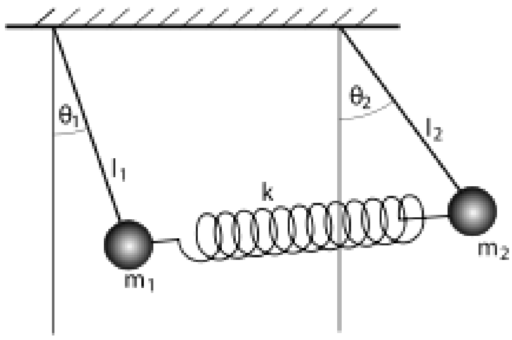
a) Zwei unterschiedlich große Seifenblasen werden über einen Strohhalm verbunden. Kreuzen Sie die richtige Antwort an:

☐ Es wird die große Seifenblase die kleine aufblasen.
☐ Es wird die kleine Seifenblase die große aufblasen.
☐ Es bleibt alles wie es ist.

Wie lautet explizit die Beziehung von Binnendruck P, Oberflächenspannung σ und Radius r einer Seifenblase?

b) Zwei Fadenpendel mit masselosen Fäden der Längen l_1 und l_2 und Massen m_1 und m_2 sind über eine masselose Feder mit Federkonstante k schwach gekoppelt. Es trete keine Reibung auf.

(A) Skizzieren Sie die beiden Eigenmoden des Systems für den Fall $m_1 = m_2$ und $l_1 = l_2$.
(B) Skizzieren Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf der Position von m_1 über mehrere Perioden, wenn m_1 zum Zeitpunkt $t = 0$ die Amplitude A besitzt und m_2 in Ruhe ist.

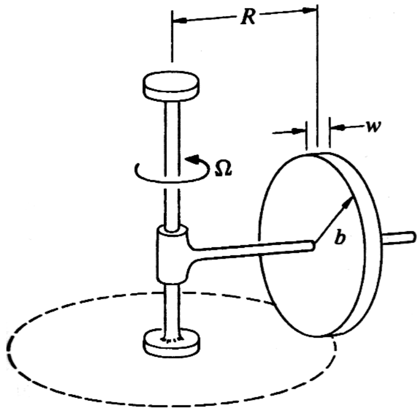


c) Zeigen Sie, dass für $v \ll c$ aus der Gleichung für die relativistische Gesamtenergie, $E = E_{kin} + m_0c^2 = \gamma m_0 c^2$ (wobei $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$) die bekannte Gleichung $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ für die klassische kinetische Energie hervorgeht.

Aufgabe 7: Mühlrad (14 Punkte)

In historischen Mühlen wird das Getreide von einem Steinrad zermahlen, welches im Kreis um eine Achse senkrecht zu einer flachen Unterlage abrollt. Durch die Kreisbewegung des Rades weicht dabei die Kraft mit der das Rad auf der Unterlage aufliegt von der Gewichtskraft ab. Diese zusätzliche Kraft wird gesucht.

Nehmen Sie an, dass das Mühlrad eine gleichförmige Scheibe mit Radius b, Dicke w und Masse M sei und sich auf der Unterlage auf dem Kreisradius R mit einer Winkelgeschwindigkeit Ω abrollt.



a) Zeichnen Sie den Drehimpulsvektor des Rades zu einem Zeitpunkt t und $t + \delta t$ und leiten Sie grafisch die Richtung der gesuchten Kraft her.

b) Finden Sie einen Ausdruck für die Kraft, um welche die Auflagekraft von der Gewichtskraft abweicht. Dabei dürfen Sie annehmen, dass das Rad aufgrund der Achsenhalterung stets in der Waagerechten bleibt. Außerdem soll die Näherung $w << R$ gelten.

c) Wie lautet die Bedingung zwischen Ω, b und der Erdbeschleunigung g, für welche die Auflagekraft doppelt so groß wie die Gewichtskraft wird?