1. Einführung / Grundlagen

- **Struktur der Materie:**

Struktur der Materie		typ. Energieskala*
Festkörper	$> 100\,\mathrm{nm}$	$\sim 0.1 \ldots 1\,\mathrm{eV}$
⋮		
Atom	$\sim 0.1\,\mathrm{nm}$	$10\,\mathrm{eV} \ldots \mathrm{keV}$
Kern	$\sim 10\,\mathrm{fm}$	MeV
Proton, Neutron	$\sim 1\,\mathrm{fm} = 10^{-15}\,\mathrm{m}$	GeV
Elektron, Quarks	$< 0.01\,\mathrm{am} = 10^{-20}\,\mathrm{m}$	$100\,\mathrm{GeV} \ldots 1\,\mathrm{TeV}$
⋮ ?	$\ll 1\,\mathrm{am}$	$\gg 1\,\mathrm{TeV}$

$1\,\mathrm{eV} \mathrel{\hat{=}} 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

- Auflösung $\longleftrightarrow$ Wellenlänge $\longleftrightarrow$ Energie

$$\lambda = \frac{c}{\nu}\,,\quad E = h\cdot\nu = \hbar\omega = h\cdot\frac{c}{\lambda} = \hbar\frac{c}{\bar\lambda} \Rightarrow \frac{\lambda}{2\pi} = \bar\lambda = \begin{cases} \frac{\hbar c}{E}\,; & \text{masselos} \\ \frac{\hbar}{p}\,; & \text{massiv} \end{cases}$$

- Energie als universelle Einheit

  - Umrechnung mittels

$$\left.\begin{aligned} \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1.0545717\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \\ c &= 299792458\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ 1\,\mathrm{eV} &\mathrel{\hat=} 1.60219\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \boxed{\begin{aligned} \hbar &\mathrel{\hat=} 0.658\,\mathrm{eV}\cdot\mathrm{fs} \\ \hbar c &\mathrel{\hat=} 197\,\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm} \end{aligned}}$$

  - dabei ist Fläche: $(\hbar c)^2 = (0.197\,\mathrm{GeV}\cdot\mathrm{fm})^2 = 0.389\,\mathrm{GeV}^2\cdot 0.1\,\mathrm{fm}^2$

Flächeneinheit: barn $\quad 1\,\mathrm{b} \mathrel{\hat=} 10^{-24}\,\mathrm{cm}^2 = 10^{-28}\,\mathrm{m}^2$

$$\boxed{(\hbar c)^2 = 0.389\,\mathrm{GeV}^2\cdot\mathrm{mb}}$$

milli-barn

- Länge / Zeit / Ladung / Energie
  hängen von willkürlichen Maßeinheiten ab

  $\Rightarrow$ Natürliche Einheiten: $\boxed{\hbar = 1,\ c = 1,\ \varepsilon_0 = 1}$

  für Zeit, Länge, Ladung: Länge $\sim \frac{1}{\text{Energie}}$, Zeit $\sim \frac{1}{\text{Energie}}$, Ladung ~ 1

  $$\Rightarrow \alpha_{em} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$ dimensionslose Zahl

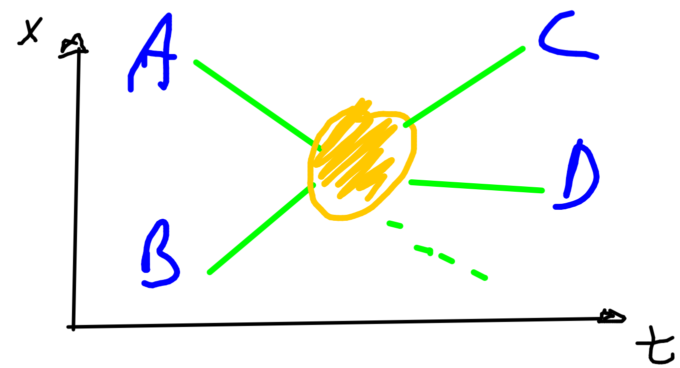
NB: In Ermangelung einer "natürlichen" Maßeinheit für Energie wird in Kern- & Teilchenphysik i.a. für

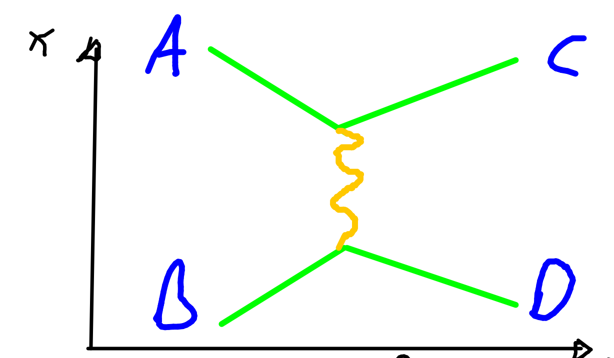
Energie: eV als Maßeinheit gewählt

NB: Nach Vereinigung von Quantenmechanik und allg. Relativitätstheorie gäbe es eine natürliche Energieskala

$$\left(m_{Planck} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} \mathrel{\hat{\approx}} 1.22 \cdot 10^{19}\ \mathrm{GeV}/c^2 \longleftrightarrow \text{natürliche Einheit: } G_N = 1 \right.$$
$$\left. \rightarrow m_{Planck} = 1 \right)$$

1.1 Grundbegriffe von Streuexperimente

- Streuexperiment: zentrale Methode zur Untersuchung von Kernen & Teilchen
- Streue Teilchen A an Teilchen/Kern B und beobachte die Reaktionsprodukte $C, D, \dots$
- Darstellung:
  - $A + B \rightarrow C + D + \dots$
  - 



Feynman-Diagramm
(≙ math. Formel für Reaktion)

- Kinematik:
  - Es gelten: Energie-, Impuls-, Drehimpulserhaltung

kinet. Energie: $T_A + T_B \overset{!}{=} T_C + T_D + \dots + \underbrace{Q}_{\text{innere Energie}}$

relativist. —"— : $E_A + E_B \overset{!}{=} E_C + E_D + \dots$ innere Energie in Massen $m_A, m_B, \dots$ enthalten

Impuls: $\vec{p}_A + \vec{p}_B \overset{!}{=} \vec{p}_C + \vec{p}_D$

- Darstellung als Vierervektoren $\quad p \hat{=} \begin{pmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \boxed{p_A + p_B \overset{!}{=} p_C + p_D + \ldots}$$

Viererimpuls-erhaltung

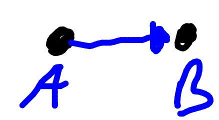
- Lorentz-invariante des Viererimpulses p:

$E = \gamma m c^2, \ \vec{p} = \gamma m \vec{\beta}\ ; \quad p^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^{\,2} = (\gamma m c)^2 - (\gamma m c \vec{\beta})^2 = (\gamma m c)^2 \underbrace{(1 - \vec{\beta}^{\,2})}_{= 1/\gamma^2} = m^2 c^2$

$$\Rightarrow \boxed{p^2 = p \cdot p = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2 c^2}$$

- Nomenklatur $\quad A + B \rightarrow C + D + \ldots$

  - Fixed-target:



$$\frac{1}{c^2}(p_A + p_B)^2 = \underbrace{\frac{1}{c^2}\left[p_A + \begin{pmatrix} m_B c \\ \vec{0} \end{pmatrix}\right]^2}_{=: s}$$

$$\hat{=} (\text{Schwerpunktsmasse})^2$$

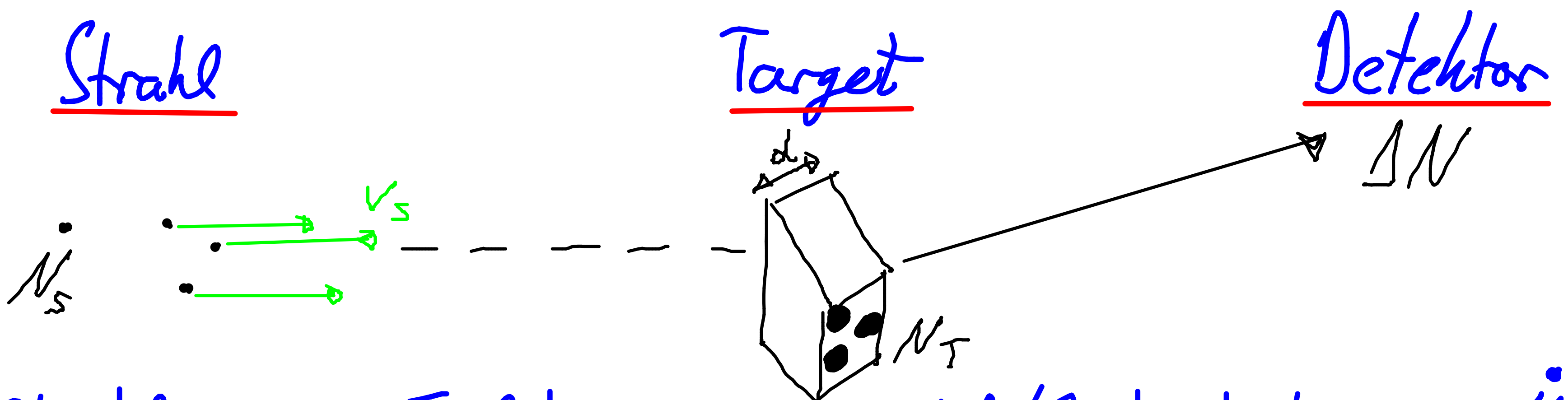
  - Collider

$$\frac{1}{c^2}(p_A + p_B)^2 =: s$$

NB: Mandelstam-Variable: $\quad s = (p_A + p_B)^2/c^2\ ; \quad t = (p_A - p_C)^2/c^2\ ; \ u = (p_A - p_D)^2/c^2$
sind Lorentz-invariant

1.2 (differentieller) Wirkungsquerschnitt

- Wirkungsquerschnitt σ ($\hat{=}$ Trefferfläche)
  hängt ab von:
  - Art der Wechselwirkung
  - Energie der Teilchen
  - ...



- Strahl: # Teilchen im Strahl/Zeiteinheit: $\dot{N}_S$
  Strahlquerschnittsfläche: F
  Anzahldichte im Strahl: $n_S = \frac{N_S}{V} = \frac{N_S}{F \cdot d}$ $(V = F \cdot d)$

  $\rightarrow$ Flußdichte im Strahl: $\Phi_S = \frac{\dot{N}_S}{F} = n_S \cdot v_S$

  $$\left(\phi_S = \frac{1}{F}\frac{dN_S}{dt} = \frac{1}{F}\frac{dN_S}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dN_S}{d(F\cdot x)}\cdot v_S = \frac{dN_S}{dV}\cdot v_S = n_S \cdot v_S\right)$$

- **Target:** Anzahldichte der Targetkerne: n_T

  → # Targetkerne innerhalb des Strahl-$\varnothing$: $N_T = n_T \cdot F \cdot d$

- **Detektor:** # gestreute Teilchen:
  - $\Delta N \sim \frac{N_S}{F}$
  - $\Delta N \sim N_T$

  $$\left.\begin{array}{l} \Delta N \sim \frac{N_S}{F} \\ \Delta N \sim N_T \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta N = \frac{N_S}{F} \cdot N_T \cdot \sigma$$

⇒ Wirkungsquerschnitt:

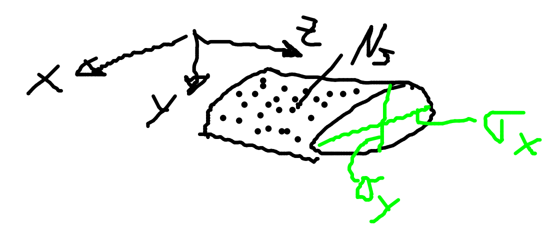
$$\boxed{\sigma = \frac{\Delta N}{(N_S/F) \cdot N_T}}$$

⇝ Streu-/Reaktionrate:

$$\boxed{\dot{N} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N_S}{F\,\Delta t} \cdot N_T \cdot \sigma = \underbrace{\frac{v_S}{d} \cdot \frac{N_S}{F} \cdot N_T}_{\text{Luminosität } \mathcal{L}} \cdot \sigma}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{N} = \mathcal{L} \cdot \sigma} \quad ⇝ \quad \boxed{\Delta N = \sigma \cdot \int \mathcal{L}\, dt}$$

- Luminosität für kollidierende Strahlen:

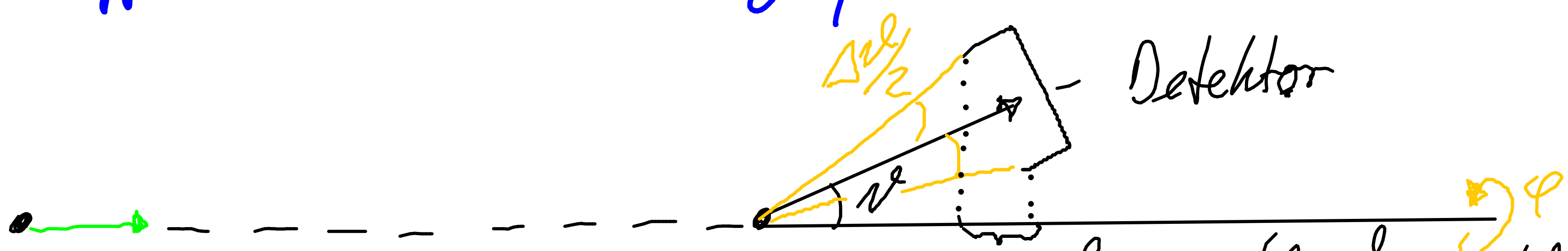


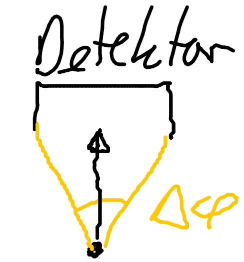
$$\boxed{\mathcal{L} = f \cdot \frac{N_{S1} \cdot N_{S2}}{4\pi\, \sigma_x \cdot \sigma_y} \cdot B}$$

f: Umlauffrequenz im (Kreis-)Beschleuniger

B: # Strahlpakete im (Kreis-)Beschleuniger

differentieller Wirkungsquerschnitt (für $N_T = 1$)





$$\Delta \cos\vartheta = \cos\left(\vartheta + \frac{\Delta\vartheta}{2}\right) - \cos\left(\vartheta - \frac{\Delta\vartheta}{2}\right)$$
$$= [\text{Additionstheoreme}] = \sin\vartheta \cdot \Delta\vartheta$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta\varphi \cdot \sin\vartheta\, \Delta\vartheta} = \frac{N_S}{F} \cdot \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varphi \cdot \sin\vartheta\, \Delta\vartheta} \rightsquigarrow \frac{d^2 N}{d\varphi \cdot \sin\vartheta\, d\vartheta} = \frac{N_S}{F} \frac{d^2\sigma}{d\varphi \cdot \sin\vartheta\, d\vartheta}$$

Raumwinkelelement $d\Omega = d\varphi \cdot \sin\vartheta\, d\vartheta$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{N_S/F} \frac{dN}{d\Omega}}$$

differentieller Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkelelement

NB: Faktor $\frac{1}{N_S/F}$ entspricht Normierung auf integralen Fluss: $\frac{N_S}{F} = \int \Phi_S\, dt$