Übungen zur Vorlesung

Einführung in die theoretische Teilchenphysik

WiSe 15/16

Blatt 9

Aufgabe 1: Lorentztransformation des Dirac-Spinors

Zeigen Sie, dass ein Dirac-Spinor ψ sich unter Lorentztransformationen gemäß

$$\psi \to \psi' = S\psi$$

transformiert, wobei

$$S = a_+ + a_-\gamma^0\gamma^1 = \begin{pmatrix} a_+ & 0 & 0 & a_- \\ 0 & a_+ & a_- & 0 \\ 0 & a_- & a_+ & 0 \\ a_- & 0 & 0 & a_+ \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad a_\pm = \pm\sqrt{\frac{1}{2}(\gamma \pm 1)}\ .$$

Betrachten Sie hierzu die Dirac-Gleichung im ungestrichenen und im gestrichenen System

$$i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc\psi = 0 \quad \leftrightarrow \quad i\hbar\gamma^\mu\partial'_\mu\psi' - mc\psi' = 0$$

und leiten Sie daraus die Gleichung

$$(S^{-1}\gamma^\mu S)\frac{\partial x^\nu}{\partial (x')^\mu} = \gamma^\nu \tag{1}$$

her. Aus dieser Gleichung können Sie S bestimmen, indem Sie $\frac{\partial x^\nu}{\partial (x')^\mu}$ aus der inversen Lorentztransformation ableiten.

Aufgabe 2: Parität

Ziel dieser Aufgabe ist es sich zu verdeutlichen wie ein Dirac-Spinor unter Parität transformiert.

a) Geben Sie die Lorentz-Matrix an, welche eine Paritätstransforamtion repräsentiert.

b) Zeigen Sie ähnlich wie in *Aufgabe 1* dass somit für S gilt

$$S = \gamma^0 \tag{2}$$

c) Bestimmen Sie wie die Produkte $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ sowie $\bar{\psi}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi$ unter Parität transformieren.

d) Sei A_μ ein Vierervektor welcher wie ein Vektor unter Parität transformiert. Zeigen Sie, dass das Produkt $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$ invariant unter Parität ist, das Produkt $\bar{\psi}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi A_\mu$ nicht invariant ist. *Hinweis*: Der zweite Term spielt eine wichtige Rolle in der schwachen Wechselwirkung.

Aufgabe 3: Ladungskonjugation

Der Operator der Ladungskonjugation C führt einen Dirac-Spinor ψ in den ladungskonjugierten Spinor ψ_c über, für den gilt

$$\psi_c = i\gamma^2\psi^* \ .$$

Vergleichen Sie die konjugierten von $u^{(1)}$ und $u^{(2)}$ mit (den nicht konjugierten) $v^{(1)}$ und $v^{(2)}$.

Aufgabe 4: Orthogonalitätsrelationen

a) Zeigen Sie, dass

$$\bar{u}^{(s)}v^{(t)} = \bar{v}^{(s)}u^{(t)} = 0$$

b) Zeigen SIe, dass

$$\bar{u}^{(s)}u^{(t)} = -\bar{v}^{(s)}v^{(t)} = 2mc\delta_{s,t}$$

Bei Fragen E-Mail an: *mfuchs@mpp.mpg.de*