

Mathe-Vorkurs, Blatt 04: Vektoren, komplexe Zahlen

07.10.2013

Hausaufgabe 1: Skalar- und Vektorprodukt (*)

Seien $x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $y = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $z = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$. Berechne:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| a) $x \cdot y$ | b) $x \cdot x$ (Bedeutung) |
| c) $y \cdot z$ | d) $x \times x$ (Bedeutung) |
| e) $x \times z$ | f) $y \times z$ |
| g) $\sphericalangle(x, y)$ | h) $\sphericalangle(x, z)$ |
| i) $\sphericalangle(y, z)$ | |

Hausaufgabe 2: Skalarprodukt (*)

Finde alle Vektoren, die mit $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ das konstante Skalarprodukt 2 haben.

Hausaufgabe 3: Komplexe Zahlen (*)

Seien $z_1 = 3 + 5i$ und $z_2 = 1 - 7i$. Berechne

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| a) $z_1 + z_2$ | b) $z_1 \cdot z_2$ |
| c) $z_1 \cdot z_1$ | d) \bar{z}_1 |
| e) $z_1 \cdot \bar{z}_1$ | f) $ z_1 $ |
| g) $\Re(z_1)$ | h) $\Im(z_1)$ |
| i) $ e^{i\Re(z_1)} ^2$ | j) $e^{i\frac{\pi}{2}}$ |

Hausaufgabe 4: Vektorraum der stetigen Funktionen (*)

1. Zeige, dass der Raum der stetigen Funktionen von $[0, 1]$ nach \mathbb{R} einen Vektorraum bildet. Das heißt, sei $V = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} : f \text{ stetig}\}$ und die Addition und Multiplikation punktweise definiert durch $(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad \forall x \in [0, 1]$ und $(\lambda \cdot f)(x) = \lambda \cdot f(x) \quad \forall x \in [0, 1]$. Zeige, dass $(V, +, \cdot)$ einen Vektorraum bildet.

2. Zeige, dass $\langle \cdot, \cdot \rangle : v \times V \rightarrow \mathbb{R}$, definiert durch $\langle f, g \rangle = \int_0^1 dx f(x)g(x)$, auf V ein Skalarprodukt bildet.