



## Übungsblatt 2

**Aufgabe 1** (Nullstellen). *Berechne alle Nullstellen der folgenden Funktionen!*

a)  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot x^2$

b)  $f(x) = 2 \cdot x^5 - 8 \cdot x^3$

c)  $f(x) = 16 \cdot x^4 - 40 \cdot x^2 + 9$

d)  $f(x) = \cos(1+x) - \frac{1}{2}$

**Aufgabe 2** (Trigonometrische Funktionen).

a) *Berechne für ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse  $H = 3,12$  m und dem spitzen Winkel  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  die Längen der Gegenkathete  $G$  und der Ankathete  $A$ .*

b) *Berechne für ein rechtwinkliges Dreieck mit einem spitzen Winkel  $\alpha = \frac{\pi}{2,9}$  und zugehöriger Gegenkathete  $G = 12$  m die Längen der Ankathete  $A$  and Hypotenuse  $H$ .*

c) *Das Längenverhältnis der Katheten in einem rechtwinkligen Dreieck beträgt  $\frac{G}{A} = \frac{5}{7}$ . Berechne die spitzen Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ .*

**Aufgabe 3** (Grenzwerte). *Berechne die folgenden Limiten:*

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} (2 \cdot x^2 + 5)^3$

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3 + 2 \cdot x}{x - 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^5 - x^5}{x+1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\frac{1}{x} + 2}{x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 8} (5 \cdot x + x^2 - \frac{1}{8} \cdot x^3)$

g)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2 \cdot x}{x^3 - 8}$

h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot x - 1}{1 + 5 \cdot x}$

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x^2}{1 + 2 \cdot x^2}$

j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3 \cdot x + \sqrt{9 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 5})$

k)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

l)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$

m)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos x}$

n)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x}$

o)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x}$

p)  $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{\ln x}{x - 1}$

q)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$

r)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \ln x)$

s)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$

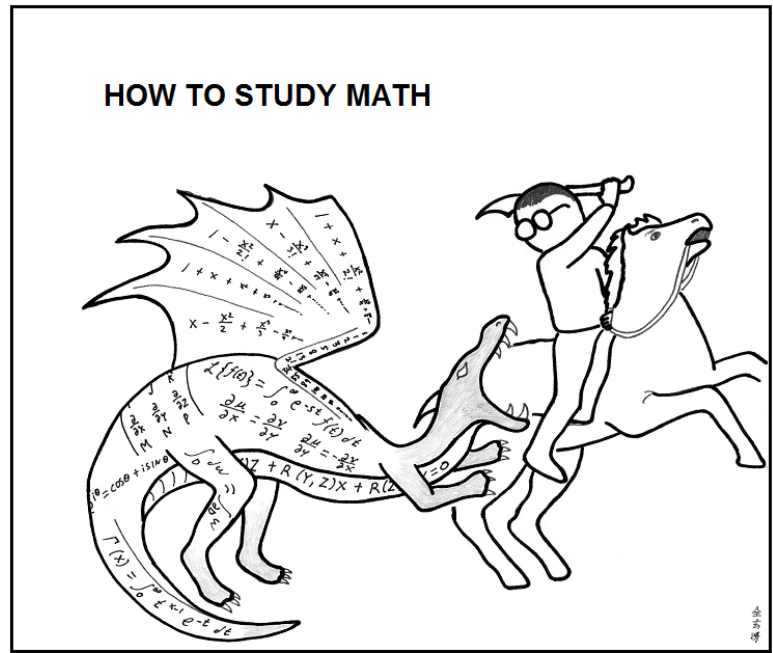
t)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$

u)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

v)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

**Aufgabe 4 (Stetigkeit).** Untersuche, ob die Funktion  $f(x)$  an der Stelle  $x_0$  (bzw.  $x_1$  und  $x_2$  in Aufgabe j) und k) stetig ist. Zeichne ein Schaubild!

- a)  $f(x) = |x|; \quad x_0 = 0$
- b)  $f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x + 3 & x \leq 1 \\ 3 \cdot x + 1 & x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1$
- c)  $f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad x_0 = 0$
- d)  $f(x) = \begin{cases} 4 \cdot x - 7 & x < 2 \\ 1 & x = 2 \\ x^2 - 4 \cdot x + 5 & x > 2 \end{cases} \quad x_0 = 2$
- e)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ \sqrt{x} & x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1$
- f)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases} \quad x_0 = 1$
- g)  $f(x) = \begin{cases} \frac{2 \cdot x^2 - x - 3}{x+1} & x \neq -1 \\ -5 & x = -1 \end{cases} \quad x_0 = -1$
- h)  $f(x) = \frac{1}{x} \quad x_0 = 0$
- i)  $f(x) = \frac{1}{x-1} \quad x_0 = 1$
- j)  $f(x) = \frac{x^2 + 2 \cdot x - 8}{x^2 - 3 \cdot x + 2} \cdot x_1 = 1, x_2 = 2$
- k)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} \quad x_1 = -1, x_2 = 1$
- l)  $f(x) = \frac{2 \cdot x - 2}{x^2 - 2 \cdot x + 1} \quad x_0 = 1$
- m)  $f(x) = \frac{x+2}{x^3+8} \quad x_0 = -2$
- n)  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} \quad x_0 = -2$



**Don't just read it; fight it!**  
 --- Paul R. Halmos

**Aufgabe 5** (Ableitungen).      *Berechne die erste Ableitung der folgenden Funktionen!*

- |   |  |
|---|--|
| a) $f(x) = \frac{1}{5} \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - x$   | b) $f(x) = \sqrt{1/2 \cdot x}$   |
| c) $f(x) = 2 \cdot x \cdot (x - 3)$   | d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  |
| e) $f(x) = a \cdot x^b$   | f) $f(x) = -3 \cdot x^{-4}$  |
| g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  | h) $f(x) = x^2 - 2^x + \lg x$  |
| i) $f(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{1}{4 \cdot x^4}$                                     | j) $f(x) = (9 \cdot x^2 - 2) \cdot (3 \cdot x + 1)$                                  |
| k) $f(x) = (7 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2) \cdot (\ln x - 4 \cdot x)$                           | l) $f(x) = (a \cdot x - b) \cdot (c \cdot x^2)$                                      |
| m) $f(x) = (2 - 3 \cdot x) \cdot (1 + x) \cdot (x + 2)$                                     | n) $f(x) = e^x \cdot (5 \cdot x - 3)$  |
| o) $f(x) = (2 \cdot x^2 + 4) \cdot x^{-1}$  | p) $f(x) = x \cdot \ln x$  |
| q) $f(x) = \sin^2 x$  | r) $f(x) = \tan x$   |
| s) $f(x) = x^3 \cdot (\tan x) \cdot (\sin x - \cos x)$                                      | t) $f(x) = \frac{4 \cdot x}{x + 5}$  |
| u) $f(x) = \frac{2 \cdot x - 3}{x + 1}$   | v) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  |
| w) $f(x) = \frac{a \cdot x^2 + b}{c \cdot x + d}$   | x) $f(x) = \frac{e^x + \cos x + \sqrt{x}}{\ln x - \sin x + x^{-2}}$                  |
| y) $f(x) = \frac{a \cdot x + b \cdot x^{-1}}{c \cdot x + d \cdot x^{-1}}$                   | z) $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$   |
| $\alpha$ ) $f(x) = \frac{x}{\sin x}$  | $\beta$ ) $f(x) = (3 \cdot x^2 - 13)^3$  |
| $\gamma$ ) $f(x) = e^{\ln(x^2 + 4 \cdot x)}$  | $\delta$ ) $f(x) = \sqrt{6 \cdot x^3 - 3 \cdot x + 2}$                               |
| $\epsilon$ ) $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$  | $\zeta$ ) $f(x) = \cos(5 \cdot x^4 - 3 \cdot x^2 + 2)$                               |
| $\eta$ ) $f(x) = (a \cdot x + b)^4$   | $\theta$ ) $f(x) = \sin(3 \cdot x)$  |
| $\iota$ ) $f(x) = x \sin(\omega \cdot x + \alpha)$  | $\kappa$ ) $f(x) = \ln(\sin x) \quad (0 < x < \pi)$                                  |
| $\lambda$ ) $f(x) = \sin^2(3 \cdot x)$  | $\mu$ ) $f(x) = e^{(1-x^2)}$   |
| $\nu$ ) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot x^3 + x^{-1} \right)$               | $\xi$ ) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$   |
| o) $f(x) = \sqrt{\frac{\ln x}{x^2}}$  | $\pi$ ) $f(x) = \frac{\sin(-x) \cdot (1 - x^3)}{x^2 + 12}$                           |
| $\rho$ ) $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 6)^2}$   | $\sigma$ ) $f(x) = x \cdot \ln(3 \cdot x^2)$   |
| $\tau$ ) $f(x) = \frac{\sin(x^2) \cdot (6 \cdot x^2 - x + 4)}{e^{3 \cdot x^2 + 2 \cdot x}}$ | v) $f(x) = \sqrt{x \cdot \sqrt{2 \cdot x^2 - a}}$                                    |
| $\phi$ ) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x}) := \cosh x$                               | $\chi$ ) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x}) := \sinh x$                        |
| $\psi$ ) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} := \tanh x$                              | $\omega$ ) $f(x) = \ln \left( \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} \right)$ |