Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (Skalar- und Vektorprodukt). *Seien* $x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ *und* $z = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$. *Berechne:*

a) $x \cdot y$

b) $x \cdot x$ *(Bedeutung)*

c) $y \cdot z$

d) $x \times x$ *(Bedeutung)*

e) $x \times z$

f) $y \times z$

g) $\sphericalangle(x, y)$

h) $\sphericalangle(x, z)$

i) $\sphericalangle(y, z)$

Aufgabe 2 (Skalarprodukt). *Finde alle Vektoren, die mit* $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ *und* $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ *das konstante Skalarprodukt* 2 *haben.*

Aufgabe 3 (Komplexe Zahlen). *Seien* $z_1 = 3 + 5i$ *und* $z_2 = 1 - 7i$. *Berechne*

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 \cdot z_2$

c) $z_1 \cdot z_1$

d) $\bar{z}_1$

e) $z_1 \cdot \bar{z}_1$

f) $|z_1|$

g) $\Re(z_1)$

h) $\Im(z_1)$

i) $\left|e^{i\Re(z_1)}\right|^2$

j) $e^{i\frac{\pi}{2}}$

Aufgabe 4.

1. *Zeige, dass der Raum der stetigen Funktionen von* $[0,1]$ *nach* $\mathbb{R}$ *einen Vektorraum bildet. Das heißt, sei* $V = \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : f \text{ stetig}\}$ *und die Addition und Multiplikation punktweise definiert durch* $(f+g)(x) = f(x) + g(x) \quad \forall x \in [0,1]$ *und* $(\lambda \cdot f)(x) = \lambda \cdot f(x) \quad \forall x \in [0,1]$. *Zeige, dass* $(V, +, \cdot)$ *einen Vektorraum bildet, wie definiert in der VL.*

2. *Zeige, dass* $< \cdot, \cdot >: v \times V \to \mathbb{R}$ *definiert durch* $< f,g >= \int_0^1 fg(x)\,\mathrm{d}\,x$ *auf* V *ein Skalarprodukt bildet. (Unter Vernachlässigung der Positivität)*