

R: Rechenmethoden, WiSe2015/16 (Dozent: Jan von Delft)

Vorl. & Übung	Mo + Do	Thema (mit * gekennzeichnete Themen sind für Lehramt Gymnasium und Nebenfächler nicht prüfungsrelevant; Themen mit ** sind optional)
Ü0	12.10.15	Ableitung und Integration (partiell und durch Substitution) [keine Abgabe]
V1	12.10.15	Mathematische Grundbegriffe (L = Lineare Algebra) L1: Menge, Abbildung, Gruppe, Körper, komplexe Zahlen
V2	15.10.15	Differenzieren & Integrieren (C = Calculus) vorverlegt auf den 14.10.15 (statt Zentral-übung!) C1: Differenzieren: Geometrische Interpretation, formale Definition, Rechenregeln, Beispiele; C2: Integrieren: geometrische Interpretation, formale Definition, Hauptsatz der Diff.- und Integralrechnung Rechenregeln, partielle Integration, Substitution, Beispiele
Ü1	16.10.15	Mathematische Grundlagen: Ableiten und Integrieren, komplexe Zahlen, Gruppe und Vektorraum, Basis eines Vektorraums [Abgabe (AG): 23.10.15, Zentralübung (ZÜ): 28.10.15]
V3	19.10.15	Vektorraum (L) vorverlegt auf den 15.10.15 L2: Geometrische Anschauung, \mathbb{R}^n , formale Definition, Beispiele Funktionenraum. Span, lineare Unabhängigkeit, Vollständigkeit, Basis, Dimension. Einsteinsche Summenkonvention. Standardbasis in \mathbb{R}^n , Isomorphismus zwischen n-dimensionalem V und \mathbb{R}^n
V4	22.10.15	Euklidischer Raum (L) vorverlegt auf den 19.10.15 L3: Skalarprodukt, Norm, Winkel zwischen Vektoren, Orthogonalität, Orthonormalität, Gram-Schmidt-Verfahren; reelles inneres Produkt, Metrik, komplexes inneres Produkt
Ü2	23.10.15	Vektoren, Vektorraum, Skalarprodukt, Gram-Schmidt, inneres Produkt [AG: 30.10.15, ZÜ: 04.11.15]
V5	26.10.15	Vektorprodukt (L) vorverlegt auf den 21.10.15 (statt Zentral-übung!) L4: Levi-Civita-Symbol, Kontraktions-Identität, allgemeine Eigenschaften des Vektorprodukts, Grassmann-Identität, Spatprodukt
V6	29.10.15	Raumkurven, Linienintegral (V = Vektoranalysis) vorverlegt auf den 22.10.15 V1: Vektorwertige Funktionen, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Bogenlänge, natürliche Parametrisierung. Linienintegral: Definition, Beispiel [Arbeit entlang
Ü3	30.10.15	Vektorprodukt, Wegparametrisierung, Linienintegrale [AG: 06.11.15, ZÜ: 11.11.15]
V7	02.11.15	Skalarfelder (V) vorverlegt auf den 26.10.15 V2: Felder. C3: partielle Ableitungen, Satz von Schwarz. V3: Skalarfeld, Höhenlinien, totales Differential, Gradient, Nabla-Operator
V8	05.11.15	Vektorfelder: Gradientenfeld (V) vorverlegt auf den 29.10.15 C3: Kettenregel für partielle Ableitungen. V4: Gradientenfeld: Wegunabhängigkeit für Linienintegral eines Gradientenfeldes, konservatives Kraftfeld. Divergenz, Rotation, Laplace-Operator
Ü4	06.11.15	partielle Ableitungen, totales Differential, Gradient, Skalar-, Vektor-, Gradientenfelder, Wegunabhängigkeit des Linienintegrals eines Gradientenfeldes, Definition von Divergenz und Rotation [AG: 13.11.15, ZÜ: 18.11.15]
V9	09.11.15	Mehrdimensionale Integration, cartesische Koordinaten (C) C4.1-2 Mehrdimensionale Integrale: Satz von Fubini, variable Integrationsgrenzen, Anwendung: Kreisfläche, Trägheitsmoment v. hom. Quader.

- V10 12.11.15 **Krummlinige Koordinaten (V)**
V5 Krumml. Koordinaten: Polarkoordinaten in der Ebene, Koordinatenlinien, lokale Basis. V5: Kurvengeschwindigkeit und Beschleunigung; Linienintegral in
- Ü5 13.11.15 Flächenintegration, Krummlinige Koordinaten,
Linienintegrale in krummlinigen Koordinaten [AG: 20.11.15, ZÜ: 25.11.15]
- V11 16.11.15 **Integration mit krummlinigen Koordinaten (C)**
C4.3: 2D Flächenintegral mit Polarkoordinaten, Kreisfläche;
C4.4: 3D Volumenintegral; Volumen, Trägheitsmoment von Zylinder und Kugel;
C4.5: allgemeine Koordinatentransformationen in 2D, 3D, nD; Jacobi-Determinante, Funktionaldeterminante
- V12 19.11.15 **Matrizen I: Lineare Abbildungen, Matrixmultiplikation (L)**
L5.1-3: Lineare Abbildungen, Matrizen, Verkettung v. linearen Abbildungen, Matrixmultiplikation
- Ü6 20.11.15 Flächen- und Volumenintegration in krummlinigen Koordinaten,
Matrizen [AG: 27.11.15, ZÜ: 02.12.15]
- V13 23.11.15. **Matrizen II: Inverse, Basistransformation (L)**
L5.4-6: Inverse einer Matrix, Lösung v. linearem Gleichungssystem mit Gauss-Algorithmus, Basis-Transformation: wie transformieren Vektoren und lineare Abbildungen?
- V14 26.11.15 **Matrizen III: Determinante (L)**
L6: Kriterien für Invertierbarkeit einer Matrix. Determinanten - Definition, Eigenschaften
- Ü7 27.11.15 Gaußalgorithmus, inverse Matrix, Basistransformation, Determinanten [AG: 04.12.15, ZÜ: 09.12.15]
- V15 30.11.15 **Matrizen IV: Diagonalisierung (L)**
L7: Eigenwerte, Eigenvektoren, charakteristisches Polynom, Diagonalisierung einer Matrix. Eigenwerte reell, nicht-entartete Eigenvektoren orthogonal, Ähnlichkeitstransformation ist unitär bzw. orthogonal
- V16 03.12.15 **Matrizen V: orthogonale, unitär, symmetrisch, hermitesch (L)**
L5.7: Orthogonale und unitäre Matrizen - reelles und komplexes Skalarprodukt, Invarianz der Skalarprodukte, Definition: orthogonal und unitär, Eigenschaften Diagonalisierung v. symmetrischen und hermiteschen Matrizen.
Matrizen VI (L) [optionaler Stoff von 2011]
Anwendungen von Diagonalisierung: Hauptachsentransf., verallgemeinertes Eigenwertproblem, simultan diagonalisierbare Matrizen; Starrer Körper: Drehimpuls, rotationskinetische Energie, Trägheitstensor, Trägheitsmomente
- Ü8 04.12.15 Determinanten, Matrixdiagonalisierung, symmetrische, hermitesche, unitäre und orthogonale Matrizen [AG: 11.12.15, ZÜ: 16.12.15]

- V17 07.12.15 **Taylorreihen (C)**
C5.1: Satz von Taylor, $1/(1-x)$, $\ln(1+x)$, $\exp(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, Euler-deMoivre-Identität, Euler-Identität; Satz von Taylor für Funktion von n Variablen, Anwendung: Potential und elektrisches Feld eines Punktdipols
- V18 10.12.15 **Störungstheorie (C)**
C5.2: Asymptotische Entwicklungen, Landau O-Symbol, Verkettung von Reihen, Berechnung einer Umkehrfunktion, Iteratives Lösen von Gleichungen
Extrema unter Nebenbedingungen
C5.3 Lagrange-Multiplikatoren. Anwendungen: Volumenoptimierung eines Zylinders, Entropiemaximierung bei fester Energie, Boltzmann-Faktor
- Ü9 11.12.15 Reihenentwicklung, Lagrange-Multiplikatoren [AG: 18.12.15, ZÜ: 23.12.15]
- V19 14.12.15 **Gewöhnliche Differentialgleichungen I (C)**
C7: Definition, Beispiel: radioaktiver Zerfall. Typologie v. DG. Separable DG, Trennung der Variablen. Homogene lineare DG: Rückführung auf System 1. Ordnung, Superpositionsprinzip. Konstante Koeff: Exponentialansatz, charakt. Gleichungen, Eigenwertproblem. Beispiel: gedämpfter harm. Oszillator
- V20 17.12.15 **Differentialgleichungen II (C)**
Inhomogene DG 1. Ordnung: partikuläre Lösung, Variation der Konstanten. Beispiele: Beispiel: RC-Kreis, getriebener harmonischer Oszillator.
- Ü10 18.12.15 Differentialgleichungen [AG: 08.01.16, ZÜ: 13.01.16]
Bis hierhin: Stoff für Nebenfach/Lehramt, und für Probeklausur am 20.01.16
- V21 21.12.15 ***Fourier-Analysis I (C)**
C6.2: Dirac delta-Funktion: Definition, Eigenschaften; C6.1: Fourier-Reihen: Definition, Eigenschaften d. Fourier-Moden; Beispiel: Sägezahn; Konsistenz-Check; Reihendarstellung der delta-Funktion
(Übungen zu Blatt 10 finden statt am Mo-Mi, 21-23.12.15)
WEIHNACHTSPAUSE: von Do. 24.12.15 bis einschließlich Mi. 06.01.2015
- 06.01.16 **Dreikönigstag**
- V22 07.01.16 ***Fourier-Analysis II (C)**
C6.1: Parseval-Identität; Fourier-Entwicklung periodischer Funktionen; periodischer Kamm v. scharfen Peaks; Fourier-Gegensätzlichkeit, Faltungstheorem, Fourier-Reihe einer Ableitung, Cosinus- und Sinus-Reihen; Fourier-Konventionen für Transformation Zeit \leftrightarrow Frequenz
- Ü11 08.01.16 Deltafunktion, Fourierreihen [AG: 15.01.16, ZÜ: 27.01.16]
- *V23 11.01.16 ***Fourier-Analysis III (C)**
C6.3: Multi-dimensionale Fourier-Reihen; Fourier-Transformation ($L = \infty$); Beispiele: Exponential - Lorenz, Gauß - Gauß; Parseval, Plancherel, Faltungstheorem, Ableitungen. Green'sche Funktion, Anwendung: harmonischer Oszillator mit Antrieb.
- *V24 14.01.16 *** Differentialgleichungen III (C)**
C7: DG 1. Ordnung - allgemeine Eigenschaften: Lipschitz-Stetigkeit, Trajektorien, Fluß, Fixpunkte, Stabilitätsanalyse; autonome DG in 2-dim: Berechnung des Flusses der DG, Energie-Erhaltung via Newton 2, Berechnung von Feldlinien
- *Ü12 15.01.16 *** Fourier-Integrale, Faltung, gekoppelte Oszillatoren, Greensche Funktionen, Stabilitätsanalyse von DGs, Fixpunkte, Feldlinien [AG: 22.01.16, ZÜ: 27.01.16]**
- *V25 18.01.16 *** Fourier-Analysis IV (C)**
C6.4 Konzeptionelle Grundlage - Fourier-Transformation als Basis im Funktionenraum. Anwendungen: Frequenzkamm von Prof. Hänisch (LMU) [Nobelpreis 2005]; C6.3: Radon-Transformation bei Röntgen-Tomographie.
- 20.01.16 **Probeklausur**
- *V26 21.01.16 *** Oberflächen- und Flussintegrale (C,V)**
C4.6, V4.2 Motivation, Parametrisierung von Flächen; gerichtetes Flächenelement; Flächenintegral; Beispiele: Kugel, Gebirge, Rotationsfläche; Fluss durch Fläche = Flussintegral; Beispiele: E-Fluss von Punktladung durch Kugeloberfläche; B-Fluss durch Zylinder

- *Ü13 22.01.16 * Oberflächenintegrale, Flussintegrale [AG: 29.01.16, ZÜ: 03.02.16]
- *V27 25.01.16 * **Divergenz (V)**
 V4.2: Geometrische Deutung als Ausfluss pro Volumenelement; Satz von Gauss. Beispiele: Volumenberechnung durch Flussintegral; Kontinuitätsgleichung; Gauss-Gesetz; quellfreie Felder haben Fluss 0, Magnetfeldfluss durch Pyramide; Gradient und Divergenz in krummlinigen
- *V28 28.01.16 * **Rotation (V)**
 V4.3: Geometrische Deutung als Zirkulation pro gerichtetem Flächenelement; Satz v. Stokes, Rotation in krummlinigen orthogonalen Koordinatensystemen; Beispiel: Magnetfeld eines unendlich langen Leiters, ausserhalb und innerhalb, Flussberechnung durch verschiedene Oberflächen.
- *Ü14 29.01.16 * Gradient, Divergenz und Rotation in krummlinigen Koordinaten, Satz von Gauss, Satz von Stokes [AG: 05.02.16, keine ZÜ]
- **V29 01.02.16 ** **Komplexe Analysis I (C)**
 C8.1: komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funktion; Cauchy-Riemann-Gleichungen; komplexe Funktion definiert konforme Abbildung; komplexes Wegintegral; Beispiel: Kreisintegral von z^n ; Wegunabhängigkeit; Satz von Cauchy
- **V30 04.02.16 ** **Komplexe Analysis II (C)**
 C8.2: Wegvervornung; Cauchy's Integralformel; Taylor-Reihen, Laurent-Reihen; Residuensatz, Residuums-Formel, Beispiele: Gewicht einer Lorentz-Kurve, Fourier-Transformation einer Lorentz-Kurve.
- **Ü15 05.02.16 ** Komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funktion, Cauchy-Riemann-Gleichungen, komplexes Wegintegral, Satz von Cauchy, Residuensatz, Greensche Funktionen [AG: keine]
- **V31 08.02.16 ** **Wiederholung I**
 Überdämpfter harmonischer Oszillator mit periodischem Antrieb -- illustriert lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten, homogene & partikuläre Lösungen; Fourier-Integrale; Greensche Funktionen; delta-Funktion; komplexe Wegintegration
- **V32 11.02.16 ** **Wiederholung II**
 Fourier-Reihe; Iteratives Lösen einer Gleichung mittels Reihenentwicklung; Lineare inhomogene Differentialgleichung, Variation der Konstanten zur Bestimmung der partikulären Lösung; Satz v. Stokes: Fluss eines Magnetfelds durch verschiedene Flächen (illustriert Linien- und Flächenintegrale mit krummlinigen Koordinaten)