

Übungsblatt 4

Besprechung am 10.11.2015

Aufgabe 1

Schräger Wurf. Eine mittelalterliche Stadt mit Mauern der Höhe $h = 15m$ wird belagert.

Die Kanonen der Angreifer sind zunächst fest auf einen Winkel $\alpha = 30^\circ$ eingestellt und feuern die Kugeln mit einer Austrittsgeschwindigkeit von $v_0 = 80m/s$.

Der Luftwiderstand kann im Folgendem vernachlässigt werden.

- a) In welcher Distanz d sollten sich die Kanoniere aufstellen, wenn sie die Verteidigungsanlagen auf der Mauer treffen wollen?

Die Bewegungsgleichungen in x und y Richtung können separat gelöst werden.

Es sei t_1 der Zeitpunkt zu dem die Kugel auftrifft, dann gilt:

$$v_{horizontal} \cdot t_1 = d \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_{horizontal}}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 + v_{vertikal} \cdot t_1 = h$$

$$\Rightarrow -\frac{g}{2 \cdot v_{horizontal}^2} \cdot d^2 + \frac{v_{vertikal}}{v_{horizontal}} \cdot d - h = 0$$

Mit $v_{horizontal} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ und $v_{vertikal} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$ folgt dann:

$$\frac{-g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2} \cdot d^2 + \tan(\alpha) \cdot d - h = 0$$

$$\Rightarrow d_{1,2} = \frac{-\tan(\alpha) \pm \sqrt{\tan(\alpha)^2 - \frac{2 \cdot g \cdot h}{v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2}}}{\frac{-g}{v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2}}$$

$$\Rightarrow d_1 = 27,3m \text{ und } d_2 = 537,7m$$

- b) Was ist die maximale Reichweite der Kanonen und welchen Winkel β müssen die Kanoniere dafür einstellen?

Die maximale Reichweite wird bei $\beta = 45^\circ$ erreicht und beträgt $652,4m$.

Lösungsweg analog zu a) mit Winkel β und Höhe $h_0 = 0m$.

Aufgabe 2

Gewicht und Masse

In einem Aufzug möchte sich ein Mann der Masse $m = 75 \text{ kg}$ wiegen. Die Skala auf der Waage zeigt Gewichtseinheiten.

- a) Was ist der Unterschied zwischen Masse und Gewicht? (Überlege dir hierzu, wie groß die Masse und das Gewicht von dem Mann auf der Erde und auf dem Mond sind.)

Masse ist ein Maß dafür, wie viel Materie in einem Gegenstand vorhanden ist. Die Masse ist unabhängig von der Schwerkraft.

$$m_{\text{MannaufMond}} = m_{\text{mannaufErde}} = m_{\text{Mann}} = 75 \text{ kg}$$

Gewicht ist ein Maß dafür, wie stark die Schwerkraft an einem Gegenstand zieht.

$$F_{\text{MannaufMond}} = m_{\text{Mann}} \cdot 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 121,5 \text{ N}$$

$$F_{\text{MannaufErde}} = m_{\text{Mann}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 735,75 \text{ N}$$

- b) Die Anzeige der Waage ändert sich je nach Beschleunigung des Aufzuges. Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für die Anzeige der Waage an, die für alle Bewegungen des Aufzuges gilt.

Die Waage misst die auf sie wirkende Kraft und geht von der Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ aus. Für den Fall, dass die Person auf der Waage nicht nur die Erdbeschleunigung g , sondern noch eine weitere Beschleunigung a (nach unten für $a > 0$) erfährt, verfälscht dies die Anzeige X der Waage:

$$X = \frac{m \cdot (g + a)}{g}$$

- c) Was zeigt die Waage an, wenn der Aufzug steht? Wenn er sich mit konstanter Geschwindigkeit $v = 5 \text{ m/s}$ auf bzw. ab bewegt? Wenn er sich mit einer Beschleunigung von $2,5 \text{ m/s}^2$ auf bzw. ab bewegt?

Bewegt sich der Aufzug mit konstanter Geschwindigkeit (zB $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) so wird er nicht beschleunigt und die Waage zeigt wie erwartet $X = 75 \text{ kg}$ an. Wird der Aufzug mit $a = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigt so lautet die Anzeige der Waage:

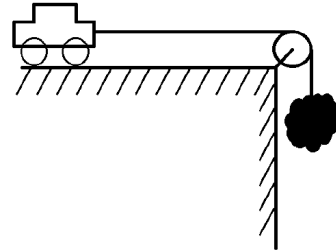
$$X_{\text{auf}} = \frac{m \cdot (g - a)}{g}$$

$$X_{\text{ab}} = \frac{m \cdot (g + a)}{g}$$

Aufgabe 3

Hooksches Gesetz, Kraft und Beschleunigung in der Ebene

Im Folgenden wird ein Auto der Masse $m_A = 1200 \text{ kg}$ betrachtet. Die Ebenen werden als reibungsfrei angenommen und die Umlenkrolle sowie das Seil dürfen als masselos angenommen werden.



- a) In der Abbildung rechts ist das Auto über ein Seil mit einem Felsblock der Masse $m_F = 450 \text{ kg}$ verbunden, der es nach unten zieht. Welche Beschleunigung a erfährt das Auto?

Der Felsen wird durch die Gravitation F_g beschleunigt. Es gilt $F_g = m_F \cdot g$. Da Auto und Fels fest verbunden sind, beschleunigt F_g sowohl Auto, als auch Felsen.

$$\Rightarrow a = \frac{F_g}{m_A + m_F} = 2,68 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- b) Das Auto befindet sich zum Zeitpunkt t_0 zunächst in Ruhe 30 m entfernt vom Abgrund. Wie lange dauert es bis das Auto den Abgrund erreicht und wie mit welcher Geschwindigkeit kommt es dort an?

Für die zurückgelegte Strecke gilt:

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$$

mit $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $s_0 = 0 \text{ m}$.

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 4,74 \text{ s}$$

$$v = at = 12,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 4

Hooke'sches Gesetz

- a) Eine unbelastete Feder aus einem Kugelschreiber habe die Länge $x_0 = 2,6$ cm und wird bei einer Belastung von $F_1 = 5.0$ N auf die Länge $x_1 = 3,8$ cm gedehnt. Berechne die Federhärte k der Feder.

$$k = \frac{F}{\Delta x} = 417 \frac{N}{m}$$

- b) Berechne, mit welcher Kraft F_2 man an der Feder aus a) ziehen muss, damit sie dann doppelt so lang ist wie im unbelasteten Fall.

$$F = k \cdot \Delta x = 10,8 N$$