Übungsblatt 13 - Überarbeitete Version! Besprechung am 26.01.2016

Aufgabe 1

Zeitdilatation
Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich eine Uhr, so dass sie halb so schnell läuft wie wenn sie sich in Ruhe befindet?

$$t_{Bewegung} = \frac{1}{\gamma} t_{Ruhe} \rightarrow \gamma = \frac{t_{Ruhe}}{t_{Bewegung}}$$

Da

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow \beta = \sqrt{1 - (\frac{t_{Ruhe}}{t_{Bewegung}})^2}$$

Da $t_{Bewegung} = 2 \cdot t_{Ruhe} \rightarrow \beta = \sqrt{1 - (\frac{1}{2})^2}$

$$\beta = 0,866 \rightarrow v = 0,866c$$

Aufgabe 2

Einmal Alpha Centauri und zurück
Im April des Jahres 2063 startet ein Raumschiff von der Erde und fliegt mit der Geschwindigkeit 0,95·c zum 4,34 Lichtjahre entfernten Sternensystem Alpha Centauri. Als es dort ankommt, findet die Besatzung leider nichts Aufregendes und kehrt gleich wieder um.

a) Welches Jahr ist es auf der Erde, wenn sie zurückkehren, und welches Jahr ist es dann subjektiv für die Besatzung? (Tipp: Aus dem Blickwinkel der Erde kann ganz normal Δt_E berechnet werden, für Δt_R muss man relativistisch rechnen)

Die Relativgeschwindigkeit des Raumschiffs zur Erde ist v=0,95c. Daher kann man aus dem Blickwinkel der Erde ganz normal berechnen, wie lange das Schiff braucht, um den Hin- und Rückweg zurückzulegen:

$$\Delta t_E = \frac{2 \cdot 4,34 \cdot ly}{0,95c} = \frac{2 * 4,34 * 9,461 \cdot 10^{15} m}{0,95c} = 9,14 Jahre$$

für Δt_R gilt einfach nur die Zeitdilatation

$$\Delta t_R = \frac{1}{\gamma} t_E = 2,85 Jahre$$

b) Auf dem Weg kommt das Schiff auf einer Beobachtungsstation auf dem Pluto vorbei. Zu diesem Zeitpunkt hat es bereits volle Geschwindigkeit erreicht, d.h. es fliegt mit 0,95$\cdot c$ relativer Geschwindigkeit vorbei. Wie groß erscheint es für die Kameras auf dem Pluto, wenn es beim Bau L_0=300 m lang war? (Tipp: Längenkontraktion)

$$L_{Foto} = L_0/\gamma = 93,7m$$

Aufgabe 3

Holzklotz im Wasser
Ein im Wasser schwimmender Holzquader von der Höhe h und der Dichte ρ wird bis zur Oberkante ins Wasser gedrückt und losgelassen. Er führt nun eine auf- und niederschwingende Bewegung aus. Welcher Ausdruck ergibt sich für die Periodendauer?
Es gilt $F_{Auftrieb} = F_{Gewichtskraft}$, wenn der Quader ins Wasser eingetaucht wird nimmt die Auftriebskraft zu und eine rücktreibende Kraft ($F_A = \rho Vg$)wirkt auf den Quader. Da diese Kraft proportional zur Eintauchtiefe ist (Holzquader), führt der Quader nach dem Loslassen eine harmonische Schwingung aus.
Die Richtgröße D ist der Proportionalitätsfaktor zwischen der Auftriebskraft und der Eintauchtiefe s: $F_A = D \cdot s$
Es gilt $D = \frac{\rho Vg}{s}$. Die Schwingungsdauer eines solchen Systems berechnet sich
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{ms}{\rho_W Vg}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_K s}{\rho_W g}}$

Aufgabe 4

Leiter und Garage - Optionale Aufgabe, für extra Motivierte ...
Eine Leiter und eine Garage bewegen sich aufeinander zu, wobei sich die Leiter aus Sicht der Garage in positiver x-Richtung bewegt. Dabei soll vorausgesetzt werden, dass die Leiter im selben Bewegungszustand länger ist als die Garage, also die Ruhelänge der Leiter ist größer. Doch aus Sicht des Inertialsystems, in dem die Garage ruht, ist die Leiter in Bewegung und aufgrunde der Längenkontraktion kann die Leiter durch die Wahl einer passenden Geschwindigkeit so klein gemacht werden, dass sie in die Garage passt. Hingegen aus Sicht des Systems der Leiter ist die Garage bewegt und folglich kontrahiert. Aus dieser Perspektive ist die Garage kleiner und die Leiter kann unmöglich in die Garage passen. Wieso ist es dennoch möglich, dass die Leiter in beiden Fällen in die Garage passt? (Tipp: Die Garage hat zwei Türen, eine auf der linken und eine auf der rechten Seite. Es gilt auch die Relativität der Gleichzeitigkeit)

Dass solche Situationen nicht zu Widersprüchen führen, liegt an der Relativität der Gleichzeitigkeit, d.h. was ein Beobachter im Garagensystem als gleichzeitig annimmt, ist nicht gleichzeitig für einen Beobachter im Leitersystem.
Dazu soll eine Garage mit zwei Toren (A=links, B=rechts) betrachtet werden, die sich aus Sicht des Garagensystems – also gemessen mit in diesem System ruhenden Uhren – gleichzeitig öffnen, bevor die Leiter eingedrungen ist (Ereignisse A1 und B1), sich gleichzeitig schließen, wenn die Leiter vollständig eingeschlossen ist (A2 und B2), und sich unmittelbar darauf gleichzeitig wieder öffnen, um die Leiter durch zu lassen

(A3 und B3). Die Reihenfolge der Ereignisse ist also A1 = B1 vor A2 = B2 vor A3 = B3.
Hingegen aus Sicht des Leitersystems gehen aufgrund der Relativität der Gleichzeitigkeit die Uhren des Garagensystems von links nach rechts immer weiter vor, d.h. Ereignisse auf der rechten Seite finden vor Ereignissen auf der linken Seite statt. Zuerst öffnet sich also das rechte Tor (B1), und kurz bevor die Leiter in die Garage eindringen kann, auch das linke Tor (A1). Dann schließt sich das rechte Tor (B2) und öffnet sich unmittelbar darauf wieder (B3), wodurch das rechte Leiterende passieren kann. Inzwischen hat das linke Leiterende vollständig das linke Tor passiert. Dass auch dieses Tor sich unmittelbar darauf wieder schließt (A2) und öffnet (A3), hat keine Bedeutung mehr. Auf diese Weise kommt die Leiter in beiden Inertialsystemen unbeschadet durch die Garage. Die Reihenfolge der Ereignisse ist also B1 vor A1 vor B2 vor B3 vor A2 vor A3.