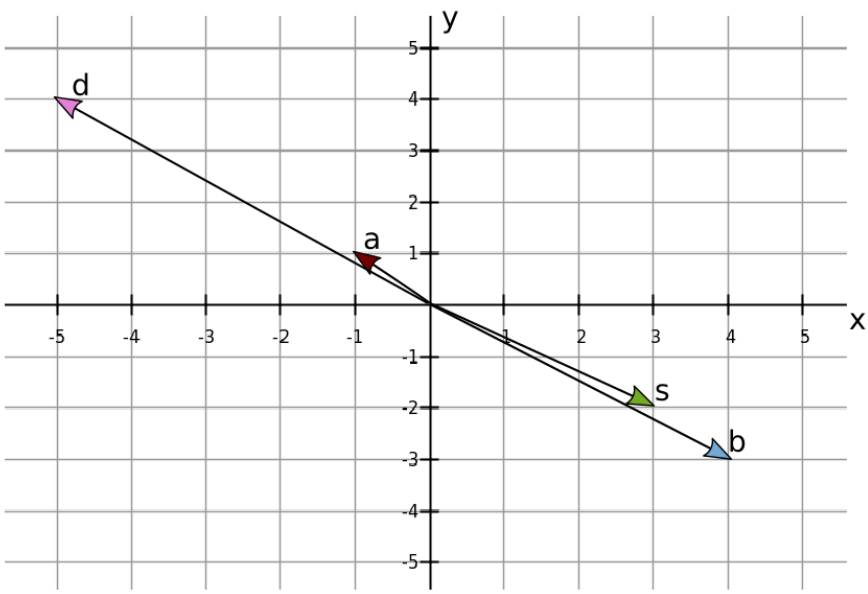
Übungsblatt 2
Lösung

Lösung Aufgabe 1 - Vektoren

a) Einzeichnen in ein Koordinatensystem:



b) Multipliktation mit einem Skalar:

$$\lambda_1 \cdot \vec{a} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 \cdot \vec{b} = -4 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 12 \end{pmatrix}$$

c) Summe und Differenz:

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)+4 \\ 1+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)-4 \\ 1-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

d) Betrag und Winkel:

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1) + 2 \cdot 4 \\ 1 + 2 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{s}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (s_i)^2} = \sqrt{(7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{74}$$

Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{s}$:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{s}}{\|\vec{a}\|\|\vec{s}\|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{(-7) + (-5)}{\sqrt{74} \cdot \sqrt{2}}\right) = 170°$$

e) Skalarprodukt:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y = (-1) \cdot 4 + 1 \cdot (-3) = (-4) + (-3) = -7$$

Es gilt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ entweder falls einer der beiden Vektoren oder beide Vektoren $\vec{0} = \binom{0}{0}$ sind (triviale Lösung) oder falls die beiden Vektoren senkrecht aufeinander stehen (dieser Zusammenhang ist bei der Lösung vieler physikalischer Probleme wichtig)!

Lösung Aufgabe 2 - Größenordnungen und Einheitenumrechnung

a) Länge der Ameisenstrasse, $L = 3 \cdot 10^6 \cdot 4$ mm $= 1,2 \cdot 10^4$ m

- Meilen: 1 Angstrom = 10^{-10} m $\Rightarrow 1,2 \cdot 10^4$ m $\cdot 10^1 0$ Angstrom/ m $= 1,2 \cdot 10^{14} \mathring{A}$
- Yard: 1 Kilometer = 1000 m $\Rightarrow 1,2 \cdot 10^4$ m $\cdot 10^{-3}$ km/ m $= 1,31 \cdot 10^4$ km
- Fuß: 1 Fuß = 0,31m $\Rightarrow$ 1,2 $\cdot 10^4$ m $\cdot$ 3,23 Fuß/ m $= 3,87 \cdot 10^4$ Fuß
- Banane: 15 cm/ Banane = 0,15 m/ Banane $\Rightarrow$ 1,2 $\cdot 10^4$ m $\cdot$ 6,67 Banane/ m $= 8 \cdot 10^4$ Weißwurst

b) Volumenangaben
Annahme: Das Volumen einer Ameise beträgt $4 \times 1 \times 1$ mm $= 4 \cdot 10^{-9}$ m^3 $\Rightarrow$ Das Gesamtvolumen der Ameisenstrasse beträgt 0,012 m^3;

- Liter: 1 l = 10 cm $\times$ 10 cm $\times$ 10 cm =1 $\cdot 10^{-3}$ m^3 $\Rightarrow V_l = \frac{0{,}012 m^3}{1 \cdot 10^{-3} m^3/l} = 12$ l
- Kubikzentimeter: 1 cm^3 $= 1 \cdot 10^{-6}$ m^3 $\Rightarrow V_{cm} = \frac{0{,}012 m^3}{10^{-6} m^3/cm^3} = 1,2 \cdot 10^4$ cm^3
- Kubikmeter: Siehe oben.

c) Dichte & Gewicht
Dichte: 1 $\frac{g}{cm^3}$ = 1 $\frac{kg}{l}$; Volumen: 12 l ; Masse = Dichte · Volumen = 1 $\frac{kg}{l}$· 12 l= 12 kg.

- Gramm: 1 kg = 1000 g $\Rightarrow M_g$ = 12000 g
- Unzen: 1 Unze = 0,028 kg $\Rightarrow M_{Unze} = \frac{12kg}{0{,}028kg/Unze}$ = 429 Unzen
- Pfund: 1 Pfund = 0,453 Kg $\Rightarrow M_{Pfund} = \frac{12kg}{0{,}453Kg/Pfund}$ = 26,5 Pfund
- Tonnen: 1 Tonne = 1000 kg $\Rightarrow M_{Tonne} = \frac{12kg}{1000Kg/Tonne}$ = 0,012 Tonnen

Aufgabe 3
Bewegung in 1D.

a) $v = v_0 + at$, wobei v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, a die Beschleunigung und t die Zeit darstellen. Demnach hat das Flugzeug beim abheben die Geschwindigkeit:

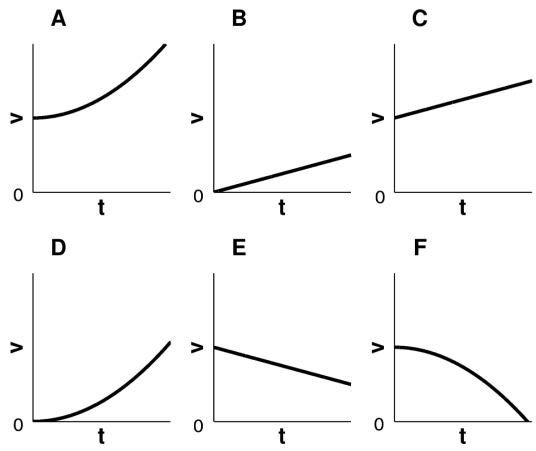
$v = 0 + 3,5$ m/s ·25 s= 87,5 m/s = 315 km/h.

b) Diagramm B beschreibt die Geschwindigkeit korrekt. Erklärung siehe Teil c).

c) Es handelt sich um gleichmässig beschleunigte Bewegung in 1D. Somit verhält sich der Ort wie

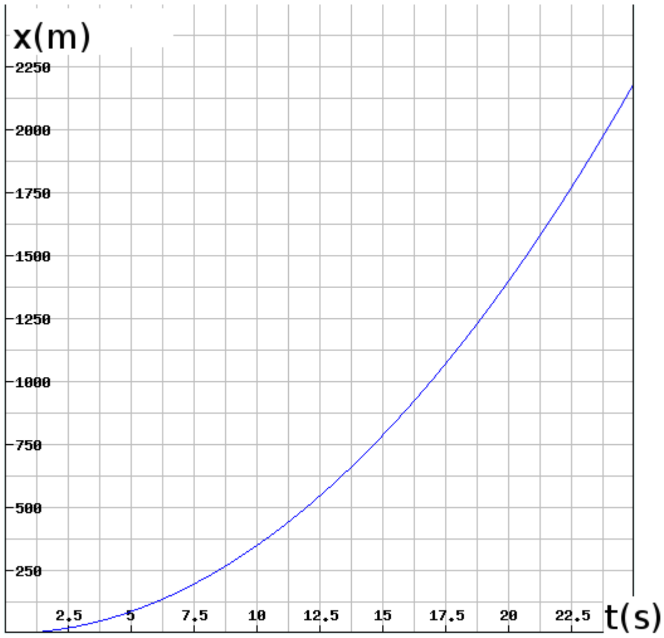
$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

In der Aufgabe ist gegeben, dass $x_0 = 0$ m; $v_0 = 0$ km/h und $a = 3,5$ m/s.

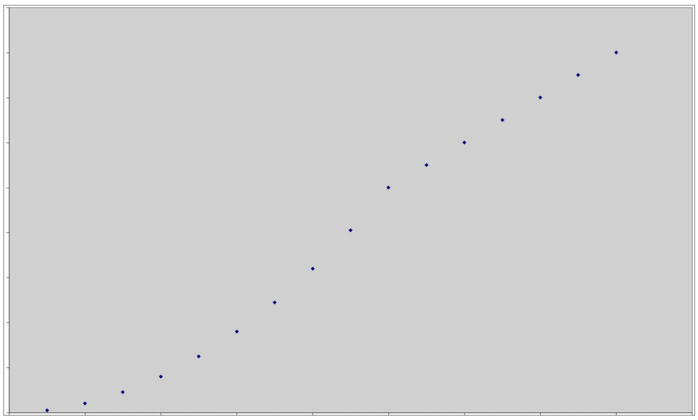


A ist positive beschleunigte Bewegung, mit einer Beschleunigung, die als Funktion der Zeit zunimmt und einer Startgeschwindigkeit grösser Null. B ist gleichmässig beschleunigte Bewegung, mit einer Startgeschwindigkeit gleich Null, d.h. aus der Ruhe. C ist gleichmässig beschleunigte Bewegung, mit einer Startgeschwindigkeit grösser Null. D ist positive beschleunigte Bewegung, mit einer Beschleunigung, die als Funktion der Zeit zunimmt, und Startgeschwindigkeit gleich Null. E ist gleichmässig beschleunigte Bewegung, mit einer negative Beschleunigung (Startgeschwindigkeit grösser Null). F ist negativ beschleunigte Bewegung, mit einer negativen Beschleunigung, die als Funktion der Zeit vom Betrag her zunimmt (und Startgeschwindigkeit grösser Null).

d) Das Weg-Zeit Diagramm sieht wie folgt aus:



e) Man sollte davon ausgehen, dass das Flugzeug beim schlittern eine konstante Geschwindigkeit hat. Dann sieht das Weg-Zeit Diagramm wie folgt aus:



Falls man in Betracht zieht, dass das Flugzeug über die Turbinen beschleunigt würde die Reibung auf dem Eis wegfallen und das Flugzeug würde noch schneller beschleunigen.