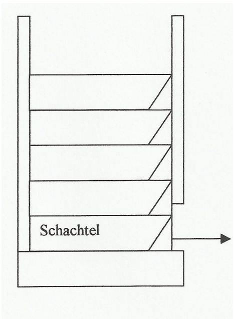
Übungsblatt 5 -Reibung und Kreisbewegung Besprechung am 17.11.2015

Aufgabe 1

Zigarettenautomat Die Abbildung zeigt einen Ausgabeschacht eines Automatens. Die vier Schachteln können reibungsfrei nachrutschen. Die unterste Schachtel wird herausgezogen; sie gleitet über den Schachtboden, reibt aber auch mit ihrer Oberseite an der darüberliegenden Zigarettenschachtel. Die Gleitreibungszahl zwischen den Schachteln beträgt $\mu_s = 0,2$, zwischen Schachtel und Schachtelboden ist $\mu_b = 0,35$. Eine Schachtel wiegt 25 g.



a) Berechnen sie die notwendige Zugkraft F_z für die Gleitreibung beim Herausziehen.

Auf die Schachteldecke wirkt die Gewichtskraft der überliegenden Schachteln:

$$F_{g1} = m_{Schachteln1} \cdot g = m_S \cdot n \cdot g = 0,025kg \cdot 4 \cdot 9,81N/kg = 0,981N$$

Auf den Schachtelboden wirkt die Gewichtskraft aller Schachteln:

$$F_{g2} = m_{Schachteln2} \cdot g = m_S \cdot (n+1) \cdot g = 0,025kg \cdot 5 \cdot 9,81N/kg = 1,226N$$

Die Zugkraft muss genauso groß sein wie die Kraft, die sich zusammensetzt aus der Reibungskraft zwischen den Schachteln $F_{R,S}$ und der Reibungskraft zwischen Schachtel und Boden $F_{R,B}$.

$$F_{R,S} = F_{g1} \cdot \mu_s, F_{R,B} = F_{g2} \cdot \mu_b$$

$$F_Z = F_{R,S} + F_{R,B} = m_S \cdot g \cdot (n \cdot \mu_s + (n+1) \cdot \mu_b) =$$
$$= 0,025kg \cdot 9,81N/kg \cdot (4 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,35) = 0,625N$$

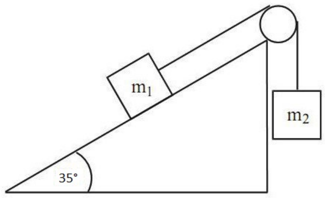
b) Wenn nur zwei Schachteln auf derjenigen liegen, die man herausziehen will, würde sich die benötigte Zugkraft halbieren? Wir können die Formel für F_Z verwenden diesmal halt für n = 2

$$F_Z = m_S \cdot g \cdot (n \cdot \mu_s + (n+1) \cdot \mu_b) = 0,025kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2} \cdot (2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,35)$$
$$= 0,355N$$

Behauptung stimmt nicht!

Aufgabe 2

Haft- und Gleitreibung
Ein Block der Masse $m_1 = 7,5kg$ liegt auf einer Rampe, welche einen Winkel von $\beta = 35°$ gegen die Horizontale aufweist. Der Block ist mit einem Seil (Masse soll vernachlässigt werden) über eine Umlenkrolle mit einem weiterem Block der Masse m_2 verbunden.



a) Bestimmung der Hangabtriebskraft

$$\frac{F_H}{F_G} = sin(\alpha) \Rightarrow F_H = sin(\alpha) \cdot F_G$$

$$F_H = sin(35°) \cdot m_1 \cdot g = 42,2N$$

Berechnung der Hangabtriebsbeschleunigung über die Hangabtriebskraft

$$F_H = m_1 \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_H}{m_1} = 5,6\frac{m}{s^2}$$

Mittels Weg-Zeit-Gesetz die Zeit berechnen

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2; das = 3m; s_0 = 0m; v_0 = 0\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt[2]{\frac{2 \cdot s}{a}} = 1,0s$$

Ausgleich der Hangabtriebskraft mittels m_2

$$F_H = F_{G,m_2} \Rightarrow sin(35°) \cdot m_1 \cdot g = m_2 \cdot g$$

$$\Rightarrow m_2 = m_1 \cdot sin(35°) = 4,3kg$$

b) Bestimmung von μ_H so dass der Block nicht von selbst herunter gleitet mit $m_2 =$ 0 kg

$$Ansatz : F_{HR} = \mu_H \cdot F_N; F_N = F_G \cdot cos(\alpha)$$

$$Bedingung : F_{HR} = F_H \Rrightarrow \mu_H \cdot m_1 \cdot g \cdot cos(\alpha) = m_1 \cdot g \cdot sin(\alpha)$$

$$\mu_H = \frac{sin(\alpha)}{cos(\alpha)} = 0,7$$

c) Der Gleitreibungskoeffizient μ_G betrage nun 0,3. Wie groß darf m_2 höchstens sein, damit der Block nach kurzem Anstoßen die Rampe noch hinunter gleitet?

$$Ansatz: F_H = F_R + F_{G,m_2}$$

$$m_1 \cdot g \cdot sin(\alpha) = \mu_G \cdot m_1 \cdot cos(\alpha) \cdot g + m_2 \cdot g$$
$$m_2 = m_1 \cdot (sin(\alpha) - \mu_G \cdot cos(\alpha)) = 2,5kg$$

d) Wie groß muss m_2 sein, damit der Block bei seiner Abwärtsbewegung nach 1 m die Geschwindigkeit 2.0 $\frac{m}{s}$ besitzt.

$$Ansatz: F_H = F_R + F_{G,m_2}$$

F_{gesamt} setzt sich aus F_H, F_R und F_{G,m_2} zusammen!

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2; v = a \cdot t \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v^2}{a^2} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2x} = 2,0\frac{m}{s^2}$$

Also: $(m_1 + m_2) \cdot$ a = F_H - F_R - F_{G,m_2} mit F_{G,m_2} = m_2 · g

$$m_2 \cdot g + (m_1 + m_2) \cdot a = F_H - F_R$$

$$m_2 \cdot g + m_2 \cdot a + m_1 \cdot a = F_H - F_R$$
$$m_2 \cdot (a + g) + m_1 \cdot a = F_H - F_R$$
$$m_2 = \frac{F_H - F_R - m_1 \cdot a}{a + g}$$
$$m_2 = \frac{(sin(35°) - cos(35°) \cdot 0,3) \cdot 7,5kg \cdot 9,81\frac{N}{kg} - 7,5kg \cdot 2,0\frac{m}{s^2}}{2,0\frac{m}{s^2} + 9,81\frac{m}{s^2}}$$
$$m_2 = 0,77kg$$

Aufgabe 3

Fallschirmspringen

Die bei einem Fallschirmsprung auftretenden Reibungskräfte können gut durch die in der Vorlesung besprochene Formel für die Newton-Reibung, genähert werden.

a) Formel für Newtonreibung

$$F_{NR} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_\omega \cdot v^2$$

Ansatz

$$F_G = F_{NR}$$
$$m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_\omega \cdot v^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot A \cdot C_\omega}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 90kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2}}{1\frac{kg}{m^3} \cdot A \cdot C_\omega}}$$

Für A = 1 m^2 und $C_\omega = 1.5$

$$v_{max} = 34,31\frac{m}{s}$$

Für A = 10 m^2 und $C_\omega = 2$

$$v_{max} = 9,40\frac{m}{s}$$

b) Mit steigender Höhe nimmt die Dichte der Atmosphäre ab so dass $\rho \to 0$. Die Reibung wird also kleiner. Die Gefahr darin besteht dass der Fall unkontrollierbar wird, da nicht genügend Luftwiederstand vorhanden ist um den Flug zu steuern. Ein unkontrollierbares Fallen aus großer Höhe könnte unangenehme rotationsbedingte Übelkeitserscheinungen oder Bewusstlosigkeit mit sich bringen.

Aufgabe 4

Kettenkarusell auf dem Oktoberfest

Bei einem Kettenkarussell sind die Ketten am Dach des Karussells in einem Abstand von 5 m von der Drehachse befestigt. Der Schwerpunkt der Mitfahrer befindet sich vor dem Start 4 m unterhalb dieser Befestigung. Bei gleichmäßiger Fahrt werden die Sitze an Ihren Ketten nach außen ausgelenkt, so dass die Mitfahrer einen Kreis mit größerem Radius beschreiben und um $h = 0,93m$ hochgehoben werden.

a) Bestimmen sie die Geschwindigkeit des Fahrgastes und dessen Umlaufzeit.

Es gilt der Zusammenhang: $\frac{F_Z}{F_G} = \tan(\alpha)$

Bestimmung von α:

$$h = 4m - 4m \cdot cos(\alpha) \Rightarrow \alpha = arccos(\frac{4m - h}{4m}) = 40°$$

Jetzt muss man noch berücksichtigen, dass der Fahrgast wegen F_Z nach außen gedrückt wird, also nimmt der Abstand zur Drehachse zu.

$$\delta r = sin(\alpha) \cdot 4m = 2,57m \Rightarrow R = r + \delta r = 7,6m$$

$$F_Z = m \cdot g \cdot tan\alpha \to \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \cdot tan\alpha$$

$$v = \sqrt[2]{g \cdot R \cdot tan\alpha} = \sqrt[2]{g \cdot 7,6m \cdot tan(40°)} = 7,91\frac{m}{s}$$

Es gilt der Zusammenhang

$$v = \omega \cdot R$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 7,6m}{7,91\frac{m}{s}} = 6,03s$$

b) Wie groß ist bei dieser Geschwindigkeit die Zentripetalkraft auf einen Mitfahrer der Masse 70 kg?

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{R} = \frac{70kg \cdot (7,91\frac{m}{s})^2}{7,6m} = 576,3N$$

c) Welche Kraft verspürt er in seiner Sitzfläche und welcher G-Kraft entspräche dies? Zur Berechnung der resultierenden Kraft verwendet man den Satz des Pythagoras:

$$F_R = \sqrt[2]{F_Z^2 + F_G^2} = 896,5N$$

G-Kraft

$$F_R = n \cdot F_G \Rightarrow F_R = n \cdot m \cdot g$$

$$n = \frac{F_R}{F_G} = 1,30 \Rightarrow F_R = 1,31 \cdot F_G$$