Übungsblatt 3
Besprechung am 03.11.2015

Aufgabe 1

Steinschleuder:
Ein Stein wird von dem Gummi einer Steinschleuder auf einer Strecke von 0,15 m beschleunigt und erreicht dabei eine Endgeschwindigkeit von 20 m/s.

a) Wie schnell ist das in km/h ?

b) Wie groß ist die mittlere, konstant angenommene Beschleunigung?

c) Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang?

d) Angenommen der Gummi würde so weit gedehnt, dass sich die Beschleunigungsstrecke verdoppelt. Wie würde sich dies bei konstanter Beschleunigung auf die Endgeschwindigkeit auswirken?

e) Warum ist die Beschleunigung eigentlich nicht konstant?

Lösung:
a)

$$20m/s \cdot 3,6\frac{km/h}{m/s} = 72km/h \tag{1}$$

b)

$$x = \frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$
$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a} \tag{3}$$
$$\Rightarrow x = \frac{v^2}{2a} \tag{4}$$
$$\Rightarrow a = \frac{v^2}{2x} \tag{5}$$
$$a = 1333ms^{-2} \tag{6}$$

c)

$$x = \frac{1}{2}at^2 \tag{7}$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \tag{8}$$
$$t = 0,015s \tag{9}$$

d) Aus (8) folgt $t \propto \sqrt{x}$ und aus (6) $v \propto t$. Also würde v um den Faktor $\sqrt{2}$ größer.

e) Die Zugkräfte des Gummis sind nicht konstant. Je weiter der Gummi gedehnt wird, desto größer wird die Kraft, mit der der Stein beschleunigt wird.

Aufgabe 2

Fehlerrechnung:
Bart hat für seine Steinschleuder 5 scheinbar gleich große Steine gesammelt. Als er sie Zuhause auf die Wage legt stellt er fest, dass die Steine die Massen m = 26 g, 28 g, 29 g, 33 g und 34 g besitzen. Um für sein Schulprojekt die durchschnittliche kinetische Energie
$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ einesgeschleuderten Steines zu bestimmen, interessiert er sich für den Mittelwert der Masse und den Messfehler. Aus Erfahrung weiß er, dass bei einer Endgeschwindigkeit von 20 m/s der Fehler der Geschwindigkeitsmessung $\Delta v = 0,2$ m/s beträgt.

a) Bestimmen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung des Gewichtes der Steine.

b) Ermitteln Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial E_{kin}}{\partial m}$ und $\frac{\partial E_{kin}}{\partial v}$.

c) Berechnen Sie mit Hilfe der partiellen Ableitungen aus (b) den Gesamtfehler ΔE_{kin} über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung.

Lösung:

a) i)

$$\bar{m} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{10}$$

$$\bar{m} = \frac{1}{5}(26 + 28 + 29 + 33 + 34) \tag{11}$$

$$\bar{m} = 30\ g \tag{12}$$

ii)

$$\sigma(m) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(m_i - \bar{m})^2} \tag{13}$$

$$\sigma(m) = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot ((26-30)^2 + (28-30)^2 + (29-30)^2 + (33-30)^2 + (34-30)^2)} \tag{14}$$

$$\sigma(m) = 3,39\ g \tag{15}$$

b)

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial m} = \frac{1}{2}v^2 \tag{16}$$
$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial v} = mv \tag{17}$$

c)

$$\Delta E_{kin} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial E_{kin}}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i\right)^2} \tag{18}$$
$$\Delta E_{kin} = \sqrt{\left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial v} \cdot \Delta v\right)^2 + \left(\frac{\partial E_{kin}}{\partial m} \cdot \Delta m\right)^2} \tag{19}$$
$$\Delta E_{kin} = 0,689\ \frac{Kg \cdot m}{s^2} = 0,689\ J \tag{20}$$

Aufgabe 3

Der Fensterputzer:
Ein Fensterputzer befindet sich in einem Außenaufzug an der Fassade eines Hochhaues. Der Aufzug befindet sich in 30 m Höhe und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 4$ m/s nach oben, als dem Fensterputzer sein Schwamm herunterfällt. Rechnen sie mit g = 9,8 m/s^2 und vernachlässigen sie die Luftreibung.

a) In welcher Höhe befindet sich der Schwamm 0,5 s und 2,5 s nachdem er die Hand verlassen hat?

b) Wie lange nach verlassen der Hand trifft der Schwamm auf dem Boden auf?

c) Welche Geschwindigkeit hat der Schwamm beim Aufprall?

d) Was ist die maximale Höhe über dem Erboden, die der Schwamm erreicht?

e) Skizzieren Sie die Graphen von Beschleunigung a gegen Zeit t, Geschwindigkeit v gegen t, und Höhe z gegen t.

Lösung:

a)

$$a = -g \tag{21}$$
$$v = v_0 - g \cdot t \tag{22}$$
$$z = z_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \tag{23}$$
$$t = 0,5\ s \Rightarrow z = 30,775\ m \tag{24}$$
$$t = 2,5\ s \Rightarrow z = 9,375\ m \tag{25}$$

b) Boden: z=0

$$0 = 30\ m + 4\ \frac{m}{s} \cdot t - \frac{9,8 m/s^2 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = 2.92\ s \tag{26}$$

Die negative Lösung ist hier nicht relevant.

c) Aufschlagszeitpunkt t=2.92

$$v = 4\ \frac{m}{s} - 9,8\ \frac{m}{s^2} \cdot t = -24,616 \frac{m}{s} \tag{27}$$

d) z, also Gl.(23) wird maximal für $\frac{dz}{dt} = 0$, d.h. wenn die Geschwindigkeit Null ist.

$$v = 4\ \frac{m}{s} - 9,8\ \frac{m}{s^2} \cdot t = 0 \Rightarrow t = 0,41\ s \tag{28}$$

Zu diesem Zeitpunkt ist Z=30,81m

e) Da die Beschleunigung konstant ist ergibt sich eine Gerade bei y(t)=9.8.
Wird die Geschwindigkeit gegen die Zeit aufgetragen erhält man eine Gerade mit g=-9.8 m/s^2 als Steigung und einen Schnittpunkt mit der X-Achse bei t=0,41 s
Trägt man z gegen t auf erhält man eine, nach unten geöffnete Parabel mit einem Maximum y(t=0,41 s)=30,81 m