

# Aufgabenblatt 10

## Übungen E1 – Mechanik WS 2017/2018

**Dozent:** Prof. Dr. Hermann Gaub

**Übungsleitung:** Dr. Martin Benoit und Dr. Res Jöhr

### Verständnisfragen

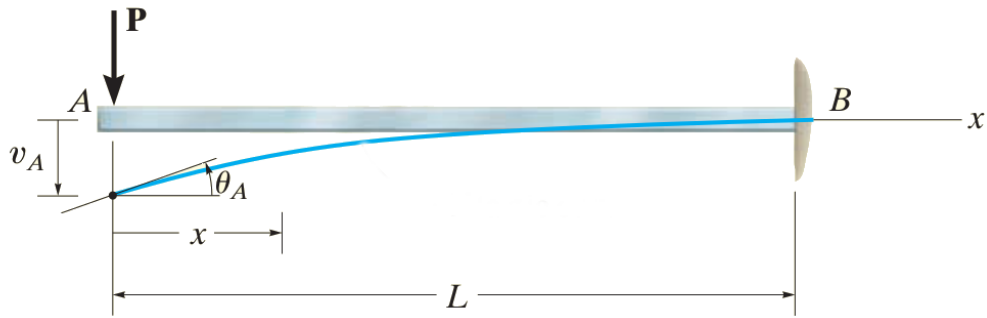
- i.) In einem Glas mit Leitungswasser schwimmt ein kugelförmiger „Eiswürfel“. Schätzen Sie ab, wie weit der Eiswürfel eingetaucht ist? Was würde sich verändern, wenn in dem Glas Sprudel wäre?
- ii.) Ein Eimer auf dem Boden habe drei verschließbare Löcher am Rand. Die Löcher sind so angeordnet, dass sich eines direkt über dem Boden, eines in der Mitte und eines kurz unter dem oberen Rand aber unter der Wasseroberfläche befindet. Die Löcher werden nun geöffnet. Das Wasser aus welchem Loch landet am weitesten vom Eimer entfernt auf dem Boden?
- iii.) Ein Wassertropfen ist auf einer Glasoberfläche und bildet mit der Oberfläche den Kontaktwinkel  $\Theta$ . Wie verändert sich  $\Theta$ , wenn der Tropfen Seife enthält?
- iv.) Die Oberfläche wird mit einem dünnen Ölfilm überzogen und es wird wieder ein Wassertropfen auf die Oberfläche gebracht. Wie verhält sich der Kontaktwinkel im Vergleich zum Fall in Teil iii.) ?

### Aufgabe 1 (*Hydrostatischer Druck*)

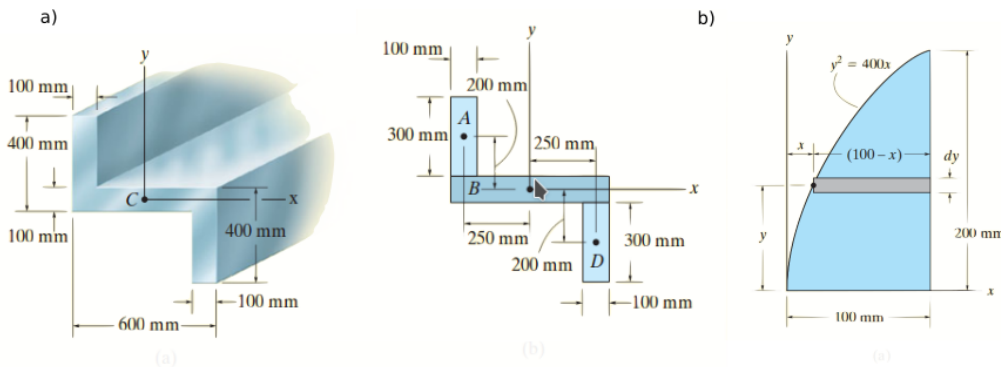
Wie trinkt eine Giraffe? Der Kopf der Giraffe befindet sich 1.8m über ihrem Herzen, wobei das Herz 2.0m über dem Boden ist. Der hydrostatische Druck des Blutes im Herzen beträgt 34 000 Pa. Nehmen Sie an, dass die Giraffe aufrecht steht und dass die Dichte des Blutes  $1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  ist.

- a) Berechnen Sie den Blutdruck im Gehirn.
- b) Berechnen Sie den Blutdruck in den Füßen.
- c) Wie viel größer wäre der Blutdruck im Gehirn, wenn die Giraffe ihren Kopf nun zum Trinken beugt, ohne ihre Beine zu bewegen? (Da dieses Szenario tödlich für die Giraffen wäre, trinken Giraffen immer mit gespreizten Vorderbeinen (siehe Google: trinkende Giraffe).)

**Aufgabe 2** (Balkenbiegung)



Ein 10m langer Stahlbalken ist gemäß der Zeichnung am Punkt B fest in der Wand verankert. Am Punkt A wird eine Last angebracht, die das freie Balkenende mit 1000N belastet. Der Balken wird durch das Flächenträgheitsmoment  $I = \iint z^2 dydz$  beschrieben und hat ein Biegemodul von  $E = 200\text{GPa}$ .



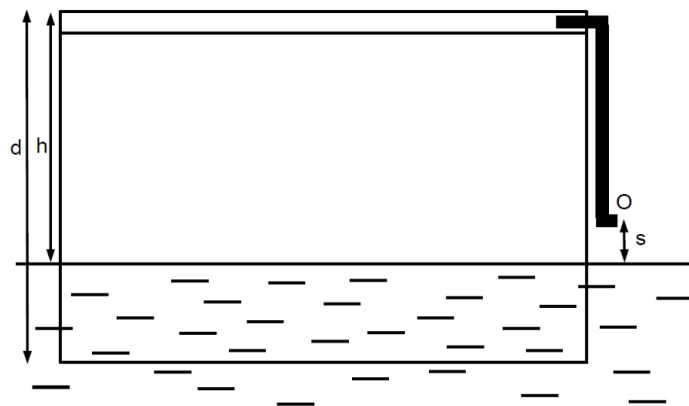
- Leiten Sie einen Ausdruck für die maximale Auslenkung und den korrespondierenden Winkel her. *Hinweis: Stellen Sie eine Differentialgleichung auf und überlegen Sie sich Randbedingungen für die Punkte A und B um diese zu lösen. Sie sollten auf das Ergebnis  $\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{P}{2EI}(L^2 - x^2)$  und  $y = \frac{P}{6EI}(3L^2x - 2L^3 - x^3)$  kommen.*
- Berechnen Sie das Flächenträgheitsmoment für die Geometrie in der Abbildung a).
- Berechnen Sie mittels ihrer Lösung aus Teilaufgabe a) die maximale Auslenkung und den Winkel  $\theta$ .
- \*Zusatzaufgabe Wiederholen Sie b) und c) für die Geometrie b).

**Aufgabe 3** (Archimedes'sche Prinzip)

Im Südpazifik treibt ein Riesen-Eisberg mit einer Länge  $L = 240\text{ km}$  und einer Breite  $b = 40\text{ km}$

- Verinfacht hat der Eisberg die Form eines Quaders und ragt  $h = 60\text{ m}$  aus dem Wasser. Wie groß ist die Gesamtdicke  $d$  des Eisbergs (siehe Skizze)? Die Dichte von Eis beträgt  $\rho_E = 920\text{ kg m}^{-3}$ , die Dichte von Meerwasser  $\rho_{MW} = 1020\text{ kg m}^{-3}$ .

Da der Eisberg die Schifffahrt behindert, wird vorgeschlagen, das Schmelzwasser, das sich durch Sonneneinstrahlung an der Oberfläche bildet, zur Fortbewegung des Eisbergs zu nutzen. Dazu wird das Schmelzwasser gesammelt und an der Schmalseite des Eisbergs über ein vertikales Rohr



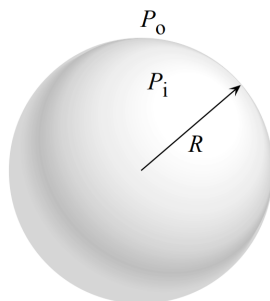
ins Meer abgeleitet (siehe Skizze). Das Rohr liegt am unteren Ende horizontal und habe eine Öffnung O (Querschnitt  $q = 100 \text{ m}^2$ ), die sich  $s = 5 \text{ m}$  gerade über dem Meer befindet.

- Berechnen Sie den Schweredruck  $\rho_S$  an der Rohröffnung O und die Auslaufgeschwindigkeit des Schmelzwassers  $v_{SW}$ . Die Dichte des Schmelzwassers beträgt  $\rho_{SW} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ . Reibungseinflüsse sollen vernachlässigt werden.
- Welche Wassermasse  $I_{SW}$  (in  $\text{kg s}^{-1}$ ) strömt pro Sekunde aus der Öffnung?
- Wie groß ist die Rückstoßkraft  $F_R$ , die das waagrecht ausströmende Wasser auf den Eisberg ausübt?
- Welche Geschwindigkeit  $v_E$  erreicht der Eisberg aufgrund des Rückstoßes nach 10 Tagen? (Das Abtauen und die Reibung des Eisbergs im Wasser sollen dabei vernachlässigt werden.)

#### Aufgabe 4 (Oberflächenspannung)

Etwas Wasser wird mit Hilfe einer Pipette in Öl injiziert. Das Wasser bildet einen runden Tropfen im Öl. Da die Oberflächenspannung  $\gamma$  die Tropfenoberfläche zu einer Kugeloberfläche minimiert, resultiert eine Druckdifferenz zwischen dem Wasser im Tropfen und dem Öl ein . Die Arbeit, die dadurch verrichtet wird ist gegeben durch:

$$dW = -P_1 dV_1 - P_2 dV_2 + \gamma dA \quad (1)$$



- Überlegen Sie sich Ausdrücke für  $dV_1$ ,  $dV_2$ ,  $dA$  und finden Sie dadurch einen Ausdruck für  $dW$ .

- b) Wenn sich das System im Gleichgewicht befindet ist  $dW = 0$ . Finden Sie einen Ausdruck für  $\Delta P = P_1 - P_2$ .
- c) Der Radius des Tropfens beträgt 4 mm und die Oberflächenspannung von Wasser beträgt  $\gamma = 72 \text{ mN m}^{-1}$ . Wie groß ist  $\Delta P$  und wie groß  $P_1$ , wenn  $P_2$  der Atmosphärendruck ist.