

Aufgabenblatt 13

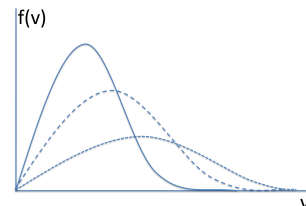
Übungen E1 – Mechanik WS 2017/2018

Dozent: Prof. Dr. Hermann Gaub

Übungsleitung: Dr. Martin Benoit und Dr. Res Jöhr

Verständnisfragen

- i.) Abhängigkeit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung von Temperatur T und Masse m : Welche der drei Verteilungskurven entspricht einer hohen bzw. einer niedrigen Temperatur (eines Gases)? Welche der drei Verteilungskurven entspricht einem Gas mit schweren bzw. leichten Molekülen (bei gleicher Temperatur)



- ii.) In einem reinen Sauerstoffgas verabreden sich ein Wasserstoffmolekül und ein Argonatom zu einem Wettrennen am linken Rand des würfelförmigen Gefäßes mit einer Kantenlänge von etwa 10 cm. Welcher der beiden Kontrahenten trifft wahrscheinlich zuerst im Ziel (der gegenüberliegenden Seite des Gefäßes) ein. Warum stimmt das Ergebnis nur wahrscheinlich?
- iii.) Stellen sie eine Beziehung für die freie Weglänge in Abhängigkeit der Variablen T, p, V, N und dem Wirkungsquerschnitt σ (Teilchendurchmesser d) für ein ideales Gas her.

Aufgabe 1 (Diffusionsgleichung)

Diffusion (oder Wärmeleitung) wird allgemein mittels folgender Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{\partial}{\partial t} c(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} c(x, t).$$

Dabei sei c die Konzentration der diffundierenden Teilchen und D deren Diffusionskoeffizient. Betrachten Sie nun den Fall eines Rohres, in welchem die Teilchen von einer Quelle am Anfang des Rohres ($x = 0$) zum anderen Ende $x = d$ diffundieren. Der Zufluss durch die Quelle sei gerade so, dass $c(0, t) = N$ für alle t . Am Ende des Rohres fließen die Teilchen durch einen Filter, welcher den Teilchenfluss begrenzt. Betrachten Sie nun den stationären Fall, in welchem der Fluss durch den Filter gerade $J(d, t) = n = \text{konstant}$ sei. Lösen sie für diesen Fall die Diffusionsgleichung und geben Sie eine Gleichung für die Konzentrationsverteilung $c(x)$ im Rohr an.

Aufgabe 2 (Most - Prost)

Ein Winzer hat im Keller ein Weinfass mit Höhe 2,20 m, gefüllt mit Most. Um den Most zu kosten, öffnet er den Hahn am Fass. Der Hahn endet 20 cm über dem Fassboden (betrachten sie den Hahn wie ein reibungsfreies Loch in der Fasswand das sich 20 cm über dem Fassoden befindet). Das Fass ist belüftet, d.h. der Außendruck ist gleich dem Druck auf der Oberfläche (Atmosphärendruck) des Mostes. Die Dichte des Mostes sei gleich der des Wassers, d.h. $\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$.

- a) Mit welcher Geschwindigkeit strömt der Most aus dem Hahn?

- b) In welcher Entfernung vom Fass trifft der Most auf den Boden, wenn das Fass auf einem Podest der Höhe 1 m steht?
- c) Der Winzer verschließt versehentlich den Gärstutzen, so dass sich ein Überdruck aufbaut. Als er nun den Hahn öffnet, spritzt der Most 6 m durch den Keller. Wie hoch war der Überdruck als Differenzdruck zum Atmosphärendruck?

Aufgabe 3 (*Wärmeleitung*)

Draußen herrscht bei Hochdruckwetterlage (1013 hPa) eine winterliche Temperatur von $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, während die Heizung die Zimmertemperatur bei $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ einstellt. Das Zimmer hat drei Fenster mit einer Glasfläche von je 1 m^2 . Sie sind doppelt verglast aber mit sehr unterschiedlicher Technik: das altmodische Fenster hat einen Scheibenabstand von 10 cm und der Zwischenraum ist mit Luft gefüllt. Die moderneren Fenster haben einen Scheibenabstand von 1 cm und im Zwischenraum befindet sich einmal Xenon und einmal Luft bei einem Druck von je 0,01 mbar.

- a) Berechnen sie den Energiefluss durch jedes der Fenster unter der Annahme, dass die jeweiligen Innenscheiben Raumtemperatur und die Außenscheiben $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ haben.
- b) Warum ist die Annahme aus Teilaufgabe a) unrealistisch?

Berechnen Sie zunächst die mittlere freie Weglänge der Moleküle bei der Durchschnittstemperatur ($T=285\text{ K}$). Nehmen Sie für den Wirkungsquerschnitt der Stöße näherungsweise die Querschnittsfläche des doppelten Radius der Moleküle an (für N_2 einen Radius von $0,71\text{ \AA}$ und für Xe $1,77\text{ \AA}$). Nehmen sie der Einfachheit halber an, dass der Fensterrahmen keinen Einfluss auf die Wärmeleitung habe und die Luft ein ideales Gas sei, das lediglich aus Stickstoffmolekülen (N_2) zusammengesetzt sei (N_2 hat bei diesen Temperaturen 5 Freiheitsgrade: 3 für Translation und 2 für Rotation).

Aufgabe 4 (*innere Reibung*)

Wie lange braucht eine Kohlendioxid-Blase in einer Limonade um vom Boden eines Glases bis nach oben aufzusteigen? Gehen Sie davon aus, dass die Blase einen konstanten Durchmesser von 1 mm besitze. Die Limonade habe die Dichte $1,1\text{ g cm}^{-3}$ und eine Viskosität von $1,8\text{ mPa s}$. Die Füllhöhe der Limonade im Glas betrage 15 cm. (Hinweis: Verwenden Sie das Stokes'sche Reibungsgesetz.)