

Aufgabenblatt 14

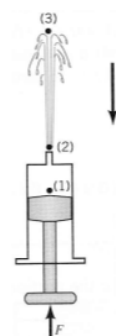
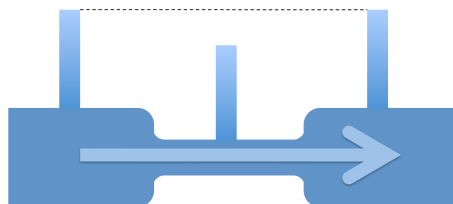
Übungen E1 – Mechanik WS 2017/2018

Dozent: Prof. Dr. Hermann Gaub

Übungsleitung: Dr. Martin Benoit und Dr. Res Jöhr

Verständnisfragen

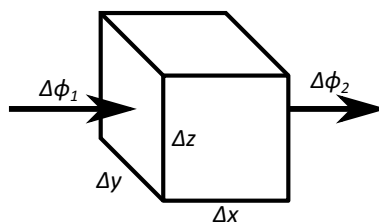
- i.) An einem durchströmten Rohr mit Verengung sind zur Darstellung der Druckverhältnisse drei Staurohre angebracht (siehe Skizze). Welcher Effekt bewirkt diese Druckverhältnisse und wie groß ist die Reibung in etwa?



- ii.) Betrachten Sie einen Wasserstrahl, der senkrecht aus einer Spritze gedrückt wird. Machen Sie qualitative Aussagen über die kinetische Energie und die potentielle Energie und den Druck des Wasserstrahls in den Punkten 1, 2 (direkt nach Verlassen der Spritze) und 3. Nehmen Sie dabei an, dass es sich um eine ideale Flüssigkeit handelt und vernachlässigen Sie den atmosphärischen Druck.
- iii.) Aus dem kreisrunden Loch (Durchmesser 1 cm) im Boden eines Fasses läuft Wein mit einem Volumenstrom von $12,5 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ senkrecht nach unten heraus. Welche Geschwindigkeit hat der Wein?

Aufgabe 1 (Kontinuitätsgleichung)

- a) Bestimmen Sie für ein beliebiges Strömungsfeld $\vec{u}(x, y, z)$ den Gesamtfluss durch die Oberfläche eines kleinen Würfels mit Kantenlängen Δx , Δy , Δz (unten ein Beispiel für die Flüsse durch die $\Delta y \Delta z$ -Flächen). Wählen Sie dazu die Lage des Würfels so, dass eine Ecke die Koordinate (x, y, z) hat und die Kanten in x, y, z -Richtung ausgerichtet sind.



Nähern Sie dann die Geschwindigkeit auf der jeweils gegenüberliegenden Seite nach Taylor bis zur ersten Ordnung. Zeigen Sie, dass aus dem Massenerhaltungssatz und der Definition

$$\operatorname{div}(\vec{u}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

die Kontinuitätsgleichung folgt

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

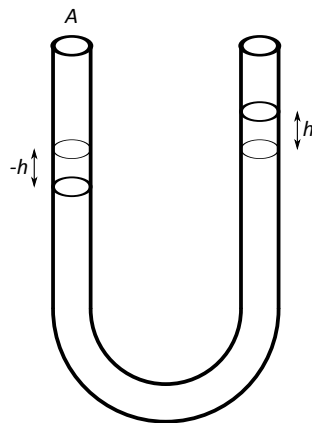
- b) Beim Menschen fließt das Blut vom linken Ventrikel durch die Aorta und von dort in die großen Arterien, die zu den verschiedenen Organen führen. Diese verzweigen sich immer weiter bis hin zu vielen kleinen Kapillaren, die die Gewebe mit Blut versorgen. Die Aorta hat einen Radius von $r_A = 1,1 \text{ cm}$ und das Blut fließt hier mit einer Geschwindigkeit von $v_A = 20 \text{ cm s}^{-1}$. Die Kapillaren haben typischerweise einen Radius von $r_K = 6 \times 10^{-4} \text{ cm}$, das Blut erreicht eine Geschwindigkeit von $v_K = 3 \times 10^{-2} \text{ cm s}^{-1}$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung ungefähr die Zahl N_K der Kapillaren im Körper.

Aufgabe 2 (Dynamischer Auftrieb)

Betrachten Sie ein Haus mit einem Flachdach der Fläche $A=100 \text{ m}^2$ und der Masse $m=10 \text{ t}$. Berechnen Sie die Kraft die auf das Dach wirkt, wenn ein Sturm mit Windgeschwindigkeit v darüber hinwegzieht. Benutzen Sie dazu die Bernoulli-Gleichung. Auf Grund seines Gewichtes wurde das Dach nicht zusätzlich verankert, sondern liegt bloß auf. Ab welcher Geschwindigkeit würde der Sturm das Haus abdecken?

Aufgabe 3 (U-Rohr)

In einem U-Rohr mit Querschnittsfläche A befinde sich Wasser der Dichte ρ , das im rechten Teil des Rohres bis zur Höhe h über dem Ruhepegel steht und im linken bis zur Höhe $-h$. Die gesamte Wassersäule habe die Länge L , sodass die Gesamtmasse des Wassers $M = \rho AL$ ist.



- a) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung die Form $\ddot{h} = -\omega^2 h$ hat, und berechnen Sie ω .
- b) Die Wassersäulen werden so präpariert, dass sie zur Zeit $t = 0$ die Anfangswerte $h = a$ und $\dot{h} = 0$ haben, wobei a eine positive Länge ist. Finden Sie die Lösung der Bewegungsgleichung, die diese Anfangsbedingungen erfüllt.
- c) Berechnen Sie für diese Lösung die kinetische Energie der Wassersäule bei einem Nulldurchgang (d.h. wenn $h = 0$).

Aufgabe 4 (*Reynoldszahl*)

Die Reynoldszahl $Re = \frac{\rho v L}{\eta}$ ist eine hydrodynamische Kennzahl für das Verhältnis von Trägheit und Zähigkeit und gibt den Übergang von laminarer in turbulente Strömung an. Schätzen Sie für folgende bewegte Objekte bzw. Strömungen die Reynolds-Zahl indem Sie grobe Näherungswerte für ρ , v , L und η suchen und geben Sie an, ob die Strömung laminar oder turbulent ist.

- a) Walfisch
- b) Bakterium
- c) Heißluftballon
- d) Fallender Regentropfen
- e) Gartenschlauch
- f) Isarkanal im englischen Garten