

# Aufgabenblatt 4

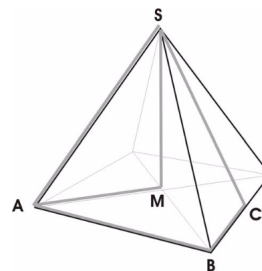
## Übungen E1 – Mechanik WS 2017/2018

**Dozent:** Prof. Dr. Hermann Gaub

**Übungsleitung:** Dr. Martin Benoit und Dr. Res Jöhr

### Verständnisfragen

- i.) Drei Bergsteiger entscheiden sich für eine jeweils andere Route ( $\vec{AS}$ ,  $\vec{CS}$ ,  $\vec{MS}$ ). Welcher Bergsteiger leistet die geringste Arbeit?
- ii.) Betrachten Sie das System in Aufgabe 2. Kann die Kreisbewegung aufrecht erhalten werden wenn die Geschwindigkeit im Maximum nahe Null wird?
- iii.) Ein Skifahrer und ein Wanderer gleicher Gesamtmasse treffen sich am Fuß eines Berges um gemeinsam den Berg zu besteigen. Während der Skifahrer seinen Ausflug vom Gipfel startet und vorher ins Tal zum Treffpunkt fährt und die Ski wieder auf den Berg trägt, startet der Wanderer am Treffpunkt. Wer hat am Ende des Ausfluges mehr Arbeit verrichtet wer hat mehr Leistung erbracht?



### Aufgabe 1 ( Der freie Fall / Galilei-Transformation)

In einem frei fallenden Bezugssystem empfindet man keine Schwerkraft. Um diese Aussage zu veranschaulichen, untersuchen wir die Bewegung eines Massepunktes, welche im Inertialsystem A

durch  $\vec{A} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  gegeben ist. Diese Bewegung soll im System B mit  $\vec{B} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$  beschrieben

werden, welches sich im freien Fall befindet. Der freie Fall findet in z-Richtung statt.

- a.) Wie sieht die Trajektorie im frei fallenden System B aus? (Hinweis: Galilei-Transformation)
- b.) Welche Kraft wirkt im frei fallenden System auf den Massepunkt?

### Aufgabe 2 (Energiesatz)

Eine kleine Stahlkugel der Masse 1 kg ist am Ende eines 1 m langen Drahtes befestigt. Die Kugel bewegt sich auf einer vertikalen Kreisbahn.

- a.) Berechnen Sie die kinetische Energie zunächst unter der Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit von  $120 \text{ s}^{-1}$ .
- b.) Tatsächlich gilt die Angabe für die Winkelgeschwindigkeit nur am höchsten Punkt, da die Gesamtenergie (pot. und kin. Energie) erhalten ist. Wie stark ändern sich die kinetische Energie und die Winkelgeschwindigkeit vom höchsten zum tiefsten Punkt der Kreisbahn?

### Aufgabe 3 (E-Lok)

Eine elektrische Lokomotive mit einer installierten Leistung von 4,5 MW (DB-Baureihe150) beschleunigt einen Güterzug auf gerader, ebener Strecke von  $18 \text{ km h}^{-1}$  auf  $90 \text{ km h}^{-1}$  und braucht dazu bei Einsatz der vollen Leistung 3 Minuten.

- Vernachlässigen Sie die Reibung und berechnen Sie die Masse des Zuges.
- Geben Sie die Geschwindigkeit des Zuges  $v(t)$  und die beschleunigende Kraft  $F(t)$  als Funktion der Zeit.
- Berechnen Sie die Weg-Zeit-Funktion des Zuges. Wie weit fährt der Zug in diesen drei Minuten?
- Kann die Lok diesen Zug auch bei 2% Steigung, d.h. 2 m Höhengewinn auf 100 m Fahrstrecke, noch auf  $90 \text{ km h}^{-1}$  halten? ( $g=10 \text{ m s}^{-2}$ )

### Aufgabe 4 (Das Roche Limit)

Das Roche-Limit  $d_r$  ist der Abstand (Mond-Planet) unterhalb dessen ein Mond durch die Gezeitenkräfte seines Planeten auseinander gerissen wird. Dabei ist die Mondrotation mit der Umlaufzeit synchron. In dieser Aufgabe soll das Roche-Limit in der Näherung starrer, homogener Kugeln für Mond (Masse  $M_M$ , Radius  $R_M$ ) und Planet (Masse  $M_P$ , Radius  $R_P$ ) bestimmt werden. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass die Masse des Mondes im Mittelpunkt zentriert ist (Punktmasse).

- Berechnen Sie die Umlaufzeit  $T$  des Mondes aus dem Kräftegleichgewicht zwischen Gravitations- und Zentrifugalkraft.
- Betrachten Sie nun eine kleine Probemasse  $m$  auf dem Mond (siehe Abbildung). Berechnen Sie die Kraftkomponente  $\Delta F = \Delta F_Z - \Delta F_{G,P}$ , die nun zusätzlich im Vergleich zum Schwerpunkt des Mondes, auf die Probemasse wirkt. (Hinweis: Nehmen Sie an, dass  $M_M \ll M_P$  und  $R_M \ll d_r$ . Dementsprechend dürfen Sie höhere Ordnungen in  $R_M$ ,  $R_M^2$ ,  $R_M^3$  etc.) vernachlässigen. Vereinfachen Sie den entstehenden Ausdruck so stark wie möglich)
- Der Mond bleibt stabil, wenn die zusätzliche Kraft  $\Delta F$  aus Teilaufgabe b durch die Gravitationskraft des Mondes  $F_{G,P}$  auf die Probemasse kompensiert wird. Geben Sie einen Ausdruck für den Abstand  $d_{PM} = d_r$ , in Abhängigkeit von  $R_P$  und den Dichten  $\rho_M$  und  $\rho_P$ , bei dem dieses Kräftegleichgewicht erfüllt ist.
- Diskutieren Sie die Bedeutung des Roche-Limits für die Saturnringe.

