

Aufgabenblatt 8

Übungen E1 – Mechanik WS 2017/2018

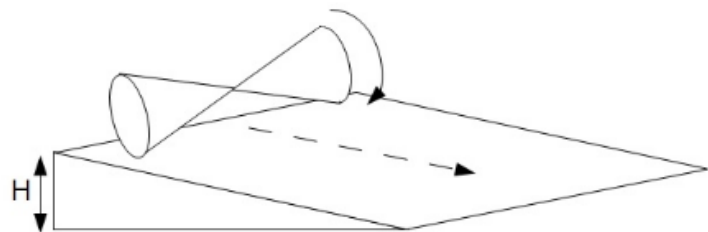
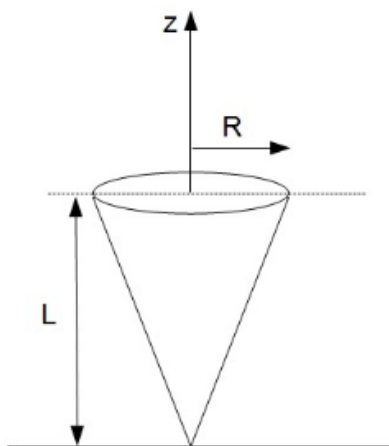
Dozent: Prof. Dr. Hermann Gaub

Übungsleitung: Dr. Martin Benoit und Dr. Res Jöhr

Verständnisfragen

- i.) Wieviele Hauptträgheitsachsen haben eine Kugel, der dünne Stab aus Aufgabe 2 und der Quader aus Aufgabe 4?
- ii.) Eine homogene Kugel, ein homogener Zylinder und ein homogener Ring besitzen je den selben Durchmesser und die selbe Masse. Welches dieser Objekte wird am schnellsten eine schräge Ebene hinabrollen?
- iii.) Auf einem Drehstuhl sitzt eine Person und dreht ein Rad so, dass die Drehachse horizontal ist. Was wird passiert, wenn sie die Füße nicht am Boden hat während sie die Drehachse des Rades nach oben kippt?

Aufgabe 1 *Rollender Doppelkegel*



- a) Zeigen Sie durch explizite Integration, dass das Trägheitsmoment eines homogenen Kegels mit Radius R , Höhe L und Masse M bezüglich seiner Symmetrieachse $I_{Kegel} = \frac{3}{10}MR^2$ ist
- b) Welche Geschwindigkeit erreicht ein Doppelkegel mit Radius R , Breite $2L$ beim Herunterrollen einer Schrägen von der Höhe $h=H$ bis zum Fuß der Schrägen ($h=0$)?

Aufgabe 2 *Dünner Stab*

Bestimmen Sie das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes um eine Achse

- a) senkrecht zum Stab durch sein Ende,

- b) senkrecht zum Stab durch seine Mitte.
- c) Zeigen Sie nun mittels des Steiner'schen Satzes, dass das Trägheitsmoment des Stabes um eine Achse durch das Stabende viermal so groß ist wie dasjenige um eine Achse durch seinen Schwerpunkt.

Aufgabe 3 *Bloß keine Bauchlandung ...*

Beim Versuch den frühen Vogel (der gerade seinen wohlverdienten Wurm verspeist) auf einem Ast zu erwischen, rutscht eine verkaterete Katze aus und fällt mit dem Rücken voraus vom Baum. Mit welcher Frequenz müsste die Katze mit ihrem Schwanz rotieren, damit sie bei der noch verbleibenden Fallhöhe von $h = 2$ m wieder auf ihre Beine fällt? Idealisieren Sie die Katze durch einen Zylinder der Länge 40 cm und des Durchmessers 10 cm. Stellen Sie den Schwanz als dazu senkrechten Stab mit einer Länge von 30 cm und einem Durchmesser von 1 cm dar (das eine Ende des Stabes befindet sich auf der Drehachse des Zylinders). Die Katze habe eine homogene Dichte ρ und die Masse M .

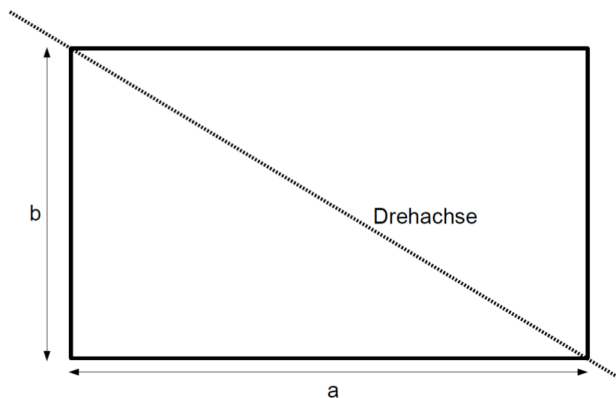
Aufgabe 4 *Trägheitsmomente eines Quaders*

Ein Quader der Länge a , Breite b und Masse m hat ein Trägheitsmoment von

$$I = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2) \quad (1)$$

um die Drehachse durch seinen Mittelpunkt und senkrecht zu seiner Fläche. (Der Einfachheit halber sei die Dicke d des Quaders vernachlässigbar dünn: $a > b \gg d (= 0)$)

- a) Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente.
- b) Was ist das Trägheitsmoment des Quaders um eine Drehachse parallel zum Quader, die eine Diagonale des Rechtecks ist (siehe Skizze)?



- c) Der Quader rotiert nun um diese diagonale Drehachse. Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen Winkelgeschwindigkeit und Drehimpuls durch

$$\arctan\left(\frac{a}{b}\right) - \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad (2)$$

gegeben ist.