Fakultät für Physik
WiSe 2017/18
T4: Thermodynamik und Statistische Physik
Dozent: Ulrich Schollwöck
Übungen: M. Buser, L. Stenzel, A. Swoboda

www.physik.uni-muenchen.de/lehre/vorlesungen/wise_17_18/T4_stat_mech/index.html

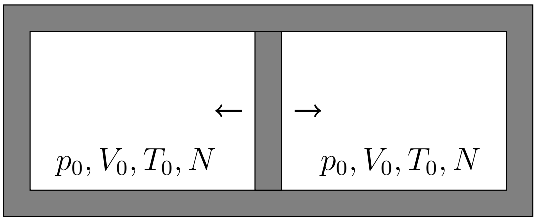
Blatt 05: Mischungsentropie

Ausgabe: Freitag, 24.11.17; Abgabe: Montag, 04.12.17, 13:00 Uhr

Aufgabe 1 Isolierter Zylinder mit Trennwand

Ein thermisch isolierter Zylinder enthält in der Mitte eine reibungslos verschiebbare, thermisch isolierende Wand. In den beiden Kammern befinden sich ideale Gase mit dem in der Abbildung angegebenen Anfangszustand.

Anfangszustand



In der linken Kammer wird das Gas nun so lange langsam erwärmt, bis sich in der rechten Kammer der Druck $p_r = 3p_0$ eingestellt hat.

(1.a) (**4 Punkte**) Welche Wärme hat das Gas in der rechten Kammer aufgenommen? Welche Arbeit wird vom Gas in der rechten Kammer verrichtet? Welche Wärme hat das Gas in der linken Kammer aufgenommen?

(1.b) (**2 Punkte**) Bestimmen Sie die Endtemperaturen links und rechts.

Aufgabe 2 Mischungsentropie

Wir betrachten zunächst ein ideales Gas mit konstanter Teilchenzahl N. Das Gas genügt der Zustandsgleichung

$$pV = Nk_BT, \tag{1}$$

die innere Energie ist gegeben als

$$E(T,V,N) = E(T,p,N) = cNk_BT \tag{2}$$

mit $c = \text{const.}$

(2.a) (**2 Punkte**) Berechnen Sie die Entropie $S(T,V)$ in Abhängigkeit von einem Anfangszustand (T_0, V_0) und $S_0 = S(T_0, V_0)$.

Als nächstes betrachten wir eine Mischung aus unterscheidbaren idealen Gasen mit konstanten Teilchenzahlen (gekennzeichnet durch einen Index i). Für jede Komponente gelten die Gasgleichungen (1) und (2) weiterhin, die Konstanten c_i können sich allerdings unterscheiden. Wir fordern, dass das molare Volumen $v = V_{0i}/N_i$ aller Komponenten im Anfangszustand gleich ist.

(2.b) (**2 Punkt**) Bestimmen Sie die Entropie $S(T, V, \{N_i\})$ des Gasgemisches.

(2.c) (**2 Punkte**) Identifizieren Sie den Term

$$-k \sum_i N_i \log \left(\frac{N_i}{\sum_i N_i} \right) \tag{3}$$

in $S(T, V, \{N_i\})$. Dieser Term beschreibt wird als *Mischungsentropie* bezeichnet.

(2.d) (**4 Punkte**) Wie muss das Verhältnis der Teilchenzahlen der einzelnen Gaskomponenten gewählt werden, damit die *Mischungsentropie* maximal wird? Beweisen Sie Ihre Vermutung.

Aufgabe 3 Freie Energie (**3 Punkte**)

Berechnen Sie die freie Energie $F = E - TS$ für ein ideales Gas (Gleichung (1) und (2)) in Abhängigkeit von $V_{(0)}, N_{(0)}, T_{(0)}$ und $F_0 = F(V_0, N_0, T_0)$. Da die Teilchenzahl diesmal nicht konstant gehalten wird, empfiehlt es sich in den Größen

$$s = \frac{S}{N} \qquad v = \frac{V}{N} \qquad e = \frac{E}{N} \tag{4}$$

zu rechnen. Berechnen Sie $s(u, v)$ und drücken Sie damit die freie Energie aus:

$$F(T, V, N) = E - TNs\left(\frac{E(T, N)}{N}, \frac{V}{N}\right). \tag{5}$$