

Übungsblatt 12

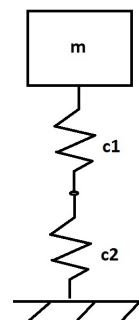
Besprechung am 30.01.2018/01.02.2018

Aufgabe 1

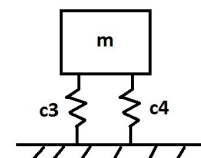
Federschaltungen bei harmonischen Oszillatoren. Im Folgenden seien zwei verschiedene Oszillatorsysteme mit der Masse m und den Federkonstanten c_1 , c_2 , c_3 und c_4 gegeben. Sie können davon ausgehen, dass die Bewegung nur entlang der vertikalen Achse erfolgt (d.h. eine eindimensionale Bewegung stattfindet).

Bemerkung: In beiden Fällen haben die Federn eine bestimmte (gemeinsame) Ruhelänge, um die die zugehörige Masse oszilliert. Da die Bewegung hier entlang der vertikalen Achse erfolgt, muss die Gewichtskraft der Masse m berücksichtigt werden. Diese führt allerdings nur dazu, dass die Federn eine neue (nach unten verschobene) Ruhelänge einnehmen. Wir gehen davon aus, dass wir uns auf diese neue Ruhelage beziehen; Sie können die Schwerkraft also in der folgenden Rechnung einfach vernachlässigen.

- a) Es sei die Masse m mit den Federn c_1 und c_2 so verbunden, dass diese in Reihe geschaltet sind. Das System führt nach einer anfänglichen Anregung Oszillationen aus (Reibungseffekte werden vernachlässigt). Leiten Sie zunächst eine Formel für die Gesamtfederkonstante c_{ges} (in Abhängigkeit von c_1 und c_2) her. Stellen Sie anschließend die Bewegungsgleichung (Differentialgleichung) für das beschriebene System auf und bestimmen Sie dessen Eigenfrequenz.



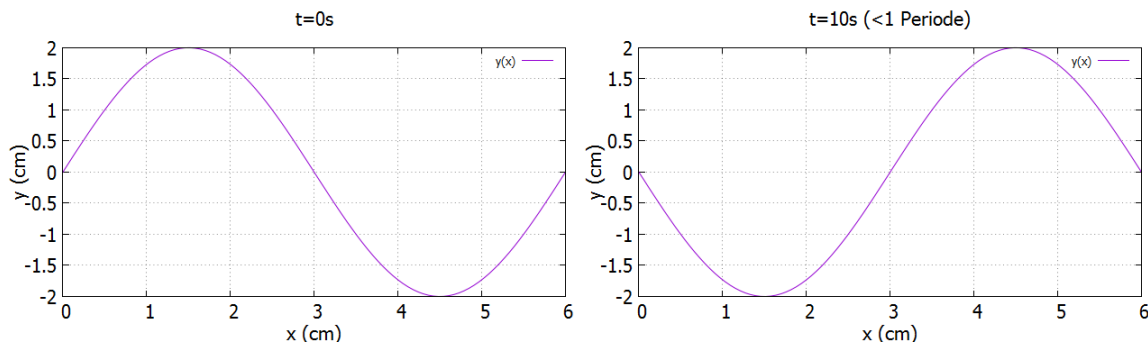
- b) Nun seien die Federn c_3 und c_4 mit der Masse m durch eine Parallelschaltung, symmetrisch zum Schwerpunkt (so dass kein Drehmoment entsteht), verbunden. Das System wird in Schwingung versetzt (Reibungseffekte werden vernachlässigt). Bestimmen Sie zunächst wieder die Gesamtfederkonstante c_{ges} und stellen Sie anschließend die Differentialgleichung für das System auf. Ermitteln Sie auch dessen Eigenfrequenz.



- c) Bestimmen Sie zu den Anfangsbedingungen $x(t = 0) = 0$ und $\dot{x}(t = 0) = v_0$ die eindeutige Lösung der Differentialgleichung aus Teilaufgabe b); d.h. in der Lösung dürfen keine unbekanntenen Konstanten mehr auftauchen.

Aufgabe 2

Schwingendes Seil: In folgenden beiden Abbildungen ist eine Welle dargestellt, die sich nach rechts fortbewegt. Links ist sie zur Zeit $t = 0$ s zu sehen, rechts 10 Sekunden später (die Periodendauer sei größer als 10 s).



- Bestimmen Sie i) die Wellenlänge der Welle, ii) die Frequenz der Quelle, welche das Seil zum schwingen bringt, sowie iii) die Geschwindigkeit der Welle.
- Zeichnen Sie einen Graphen der Auslenkung y als Funktion der Zeit für $x = 0$ cm, $x = 3$ cm, $x = 6$ cm jeweils von $t = 0$ s bis $t = 20$ s .
- Stellen Sie eine Gleichung auf, die die Auslenkung y als Funktion von x und t beschreibt.

Aufgabe 3

Klingende Orgelpfeifen: Die Länge einer Orgelpfeife beträgt $L = 2,5$ m. Nehmen Sie an, dass die Orgelpfeife am unteren Ende offen und am oberen Ende geschlossen ist. Bei einem Rohrblasinstrument wie solchen Orgelpfeifen liegen an geschlossenen Enden immer „Knoten“ der Schwingung und an offenen Enden „Schwingungsbäuche“; daher beträgt die Wellenlänge des Grundtons $4 \cdot L$. Hinweis: Insbesondere für Aufgabenteile b) und c) ist es hilfreich, sich die Lage der Schwingung in der Orgelpfeife aufzuzeichnen.

- Welche Frequenz besitzt der Grundton der Orgelpfeife?
- Welche Frequenz besitzt der erste Oberton?
- Wie ändert sich die Tonhöhe des Grundtons der Orgelpfeife, wenn das obere Ende ebenfalls offen ist? Welche Frequenz ergibt sich nun?
- Welche Frequenz besitzt der erste Oberton einer Orgelpfeife der Länge $L_2 = 3$ m