

# Übungsblatt 1

## Dieses Blatt muss nicht abgegeben werden!

Besprechung in der Woche vom 16.04.18 bis 20.04.18

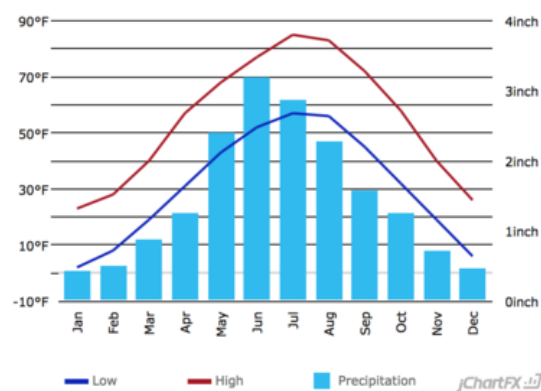
### Aufgabe 1 – Wie viel ist ein Mol?

- a) Stellen Sie sich vor, Sie haben 1 mol Würfel der Kantenlänge 1 cm und benutzen diese um die Fläche Deutschlands zu bedecken. Wie hoch wäre diese "Würfelschicht"? Welche Höhe erreicht die Schicht für den Fall, dass alle Kontinente (d.h. die gesamte Landmasse der Erde) belegt würden? *Hinweis:* Die Fläche Deutschlands beträgt etwa  $357000 \text{ km}^2$ . Nehmen Sie an, dass  $3/5$  der Erdoberfläche von Wasser bedeckt sind (Erddurchmesser  $40000 \text{ km}$ ).
- b) Wie wahrscheinlich ist es, dass Sie gerade zumindest ein Molekül eingeatmet haben, das Julius Caesar bei seinem letzten Atemzug ("Et tu, mi fili Brute") ausgeatmet hat? Wir wollen davon ausgehen, dass sich heute noch die gleichen Luftmoleküle in der Atmosphäre befinden wie im März 44 v. Chr. und dass seitdem genug Zeit vergangen ist, um die Atmosphäre komplett zu durchmischen; die Atmosphäre wollen wir mit konstanter Dichte und einer Höhe von 10 km nähern. Ein Atemzug habe 5 l Luft, die Sie als ideales Gas nähern können. Ein mol eines idealen Gases bei Normaldruck und  $20^\circ\text{C}$  hat ein Volumen von 24 l.

### Aufgabe 2 – Längenausdehnung der Dakota Access Pipeline

Die in den USA umstrittene Dakota Access Pipeline ist eine 1800 km lange Ölleitung durch die US Bundesstaaten North Dakota, South Dakota, Iowa und Illinois. Zur Vereinfachung wollen wir annehmen, dass es sich um eine komplett durchgängige Stahlröhre handelt, die überall die gleiche Temperatur hat. Der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient von Stahl ist  $11 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ .

- a) Die Abbildung unten zeigt das Klima für Bismarck, North Dakota. Entnehmen Sie der Abbildung die höchste und tiefste im Jahresverlauf auftretende Temperatur, in  $^\circ\text{F}$ .
- b) Rechnen Sie die höchste und tiefste Temperatur in Bismarck in  $^\circ\text{C}$  um.
- c) Gehen Sie nun davon aus, dass der maximale Temperaturunterschied in Bismarck der maximalen Temperaturänderung der gesamten Pipeline entspricht. Wie groß ist die dadurch auftretende Längenänderung?



### Aufgabe 3 – Maxwell-Boltzmann Verteilung

Die Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Gasmolekül der Masse  $m$  bei einer Temperatur  $T$  eine Geschwindigkeit zwischen  $v$  und  $v + dv$  hat:

$$D(v)dv = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/(2k_B T)}.$$

- Zeichnen (oder plotten) Sie die Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung schematisch als Funktion von  $v$ .
- Berechnen Sie die wahrscheinlichste Geschwindigkeit eines Gasmoleküls, d.h. das Maximum der Verteilung.
- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle  $\langle v \rangle$ . Der Mittelwert berechnet sich zu

$$\langle v \rangle = \int_0^\infty v D(v) dv.$$

- Berechnen Sie die Wurzel der mittleren quadratischen Geschwindigkeit der Gasmoleküle, d.h.

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \left( \int_0^\infty v^2 D(v) dv \right)^{1/2}.$$

### Aufgabe 4 – Totales Differential

Das totale Differential einer Funktion  $f(x, y, z)$  ist wie folgt definiert:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y} dz.$$

Die hierbei verwendete Schreibweise, welche für die Thermodynamik typisch ist, bedeutet, dass die Variablen am unteren Ende der Klammer beim partiellen Ableiten konstant gehalten werden.

Gegeben sei nun eine Funktion  $U = U(S, V, N)$  und das dazugehörige totale Differential

$$dU = TdS - pdV + \mu dN.$$

- Stellen Sie das totale Differential  $dU$  nach  $dS$  um. Von welchen Variablen hängt  $S$  ab?
- Gegeben sei eine zweite Funktion  $H$  für die gilt

$$H = U + pV.$$

Zeigen Sie, dass man für das totale Differential der Funktion  $H$  schreiben kann

$$dH = TdS + Vdp + \mu dN.$$

- Gegeben sei eine weitere Funktion  $F$  mit dem totalen Differential

$$dF = -SdT - pdV + \mu dN.$$

Wie hängen  $F$  und  $U$  zusammen?